

# ഗണിതം

തയ്യാറാക്കിയവർ

1. ശ്രീ. കെ.പി. രാധാകൃഷ്ണ പണിക്കർ  
H.F.H.S.Sകാട്ടൂർ
2. ശ്രീ.വി.റ്റി. ജോൺ  
St. സെബാസ്റ്റ്യൻസ് H.Sപള്ളിത്തോട്
3. ശ്രീ. M V സുഭാഷ്  
GHS മണ്ണഞ്ചേരി
4. ശ്രീ.KV പീറ്റർ  
SCV.GVHSS പട്ടണക്കാട്
5. ശ്രീ. PG ഉണ്ണികൃഷ്ണൻ  
MI HSപുക്കാവ്
6. ശ്രീ. Sമോഹൻകുമാർ  
RVSM.HSSപ്രയാർ
7. ശ്രീ.KR രാകേഷ്  
KVS.HSSമുതുകുളം
8. ശ്രീ. ജിഷി നടരാജൻ  
HSSക മം ഗലം

# 1. സമാന്തരശ്രോണികൾ

## പ്രവർത്തനം 1

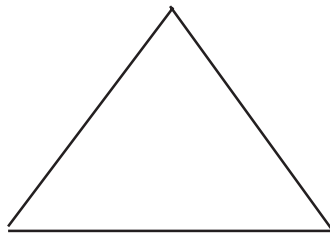
I കുട്ടികൾ നോട്ടുബുക്കിൽ 2. സെ.മീ. ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ആരം 1 സെ.മീ. വീതം വർദ്ധിപ്പിച്ച് ഏകകേന്ദ്രവൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. ഈ വൃത്തങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകളുടെ ശ്രോണി എഴുതുക. ഇത്തരത്തിലുള്ള കൂടുതൽ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചെയ്യാം.

1. ഏറ്റവും ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2. സെ.മീ. ആരം 1.5. സെ.മീ. വർദ്ധിപ്പിച്ച് വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.
2. ഏറ്റവും ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2.5 സെ.മീ. ആരം 1. സെ.മീ. വീതം വർദ്ധിപ്പിച്ച് വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.
3. ഏറ്റവും ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 2.5 സെ.മീ. ആരം 1.5 സെ.മീ. വീതം വർദ്ധിപ്പിച്ച് വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.
4. ഏറ്റവും ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 3സെ.മീ. ആരം 2 സെ.മീ. വീതം വർദ്ധിപ്പിച്ച് വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.

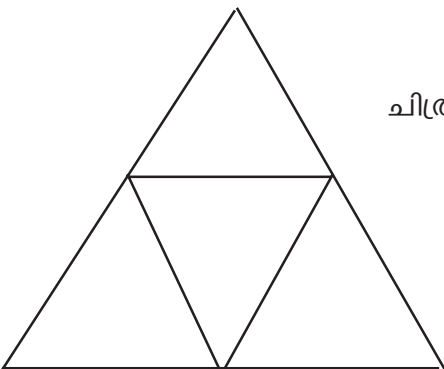
ഓരോ പ്രവർത്തനത്തിലും വൃത്തങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകളുടെ ശ്രോണി എഴുതുക. സമാന്തര ശ്രോണി എന്ന ആശയം ഇവിടെ ചർച്ച ചെയ്യാം.

II 30. സെ.മീ. നീളമുള്ള 9.ഇൗർക്കിൽ കഷണങ്ങൾ ഇതിന്റെ പകുതി നീളമുള്ള 6 എണ്ണം. ഇതിന്റെ പകുതി നീളമുള്ള 3 എണ്ണം. ഈ മൂന്ന് സെറ്റുകൾ വീതം കുട്ടികളുടെ ഓരോ ഗ്രൂപ്പുകളിലും വിതരണം ചെയ്യുക. ഓരോ ഗ്രൂപ്പും താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിലെ പോലെ ഇൗർക്കിൽ കഷണങ്ങൾ ക്രമീകരിക്കുക.

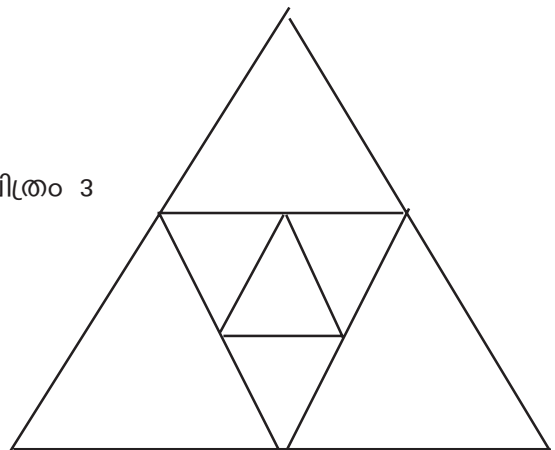
ചിത്രം 1



ചിത്രം 2



ചിത്രം 3



i. ഒന്നാമത്തെ ചിത്രത്തിൽ എത്ര ഇൗർക്കിൽ കഷണങ്ങൾ ഉ്. രാമത്തെ ചിത്രത്തിലോ ? (നീളം കണക്കിലെടുക്കേ).മൂന്നാമത്തെ ചിത്രത്തിലോ. ഓരോന്നിലും വരുന്ന ഇൗർക്കിലുകളുടെ എണ്ണം ക്രമമായ് എഴുതുക. ഈ ക്രമത്തിൽ മറ്റൊരു ത്രികോണം കൂടി ഉൾപ്പെടുത്തിയാൽ ഇൗർക്കിലുകളുടെ എണ്ണം എത്രയാകും.

ii. ചിത്രങ്ങളിലെ സമഭുജത്രികോണങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.

iii. ചിത്രങ്ങളിലെ 60° കോണുകളുടെ എണ്ണങ്ങളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക. സമാന്തര ശ്രേണി എന്ന ആശയം ഇവിടെ ചർച്ച ചെയ്യാം.

III ചുവടെ പറയുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യാ ശ്രേണികൾ എഴുതി നോക്കുക.

1. വശങ്ങളുടെ എണ്ണം 3,4,5 എന്നിങ്ങനെ തുടരുന്ന ബഹു ഭുജങ്ങളുടെ ആന്തര കോണുകളുടെ തുക എത്ര വീതമാണ്.

2. 100 രൂപ ഒരു ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. ബാങ്ക് 5% നിരക്കിൽ സാധാരണ പലിശ നൽകുന്നു. ഓരോ വർഷാരംഭത്തിലും തുക എത്ര വീതമാണ്.

3. 100 ലിറ്റർ വെള്ളമുള്ള ഒരു ടാങ്കിൽ നിന്നും മിനിറ്റിൽ 5 ലിറ്റർ എന്ന കണക്കിൽ വെള്ളം പുറത്തേക്ക് ഒഴുകുന്നു. ഒരു മിനിറ്റു കഴിഞ്ഞാൽ ടാങ്കിലെ വെള്ളമെത്ര. രണ്ടു മിനിറ്റു കഴിഞ്ഞാൽ വെള്ളമെത്ര. മൂന്ന് മിനിറ്റു കഴിഞ്ഞാലോ.

4. 5ന്റെ ഗുണിതങ്ങളെഴുതുക.

5 കെറ്റ് ഹരിച്ചാൽ 1 ശിഷ്ടം വരുന്ന സംഖ്യകൾ

5 കെറ്റ് ഹരിച്ചാൽ 2 ശിഷ്ടം വരുന്ന സംഖ്യകൾ

3 ശിഷ്ടം വരുന്ന സംഖ്യകൾ

4 ശിഷ്ടം വരുന്ന സംഖ്യകൾ

ഇവ ഓരോന്നും ഓരോ ശ്രേണികളായി എഴുതുക.

5. എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ ക്രമമായി മൂന്നു കെറ്റ് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾ.

6. 2,7 എന്നീ അക്കങ്ങളിൽ അവസാനിക്കുന്ന തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ.

ഓരോന്നിലും സമാന്തര ശ്രേണികൾ എന്ന ആശയം ചർച്ച ചെയ്യാം.

പ്രവർത്തനം 2

1. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ സമാന്തര ശ്രേണികയിലും ചില സംഖ്യകൾ എഴുതിയിട്ടില്ല. ഈ സംഖ്യകൾ കൂ പിടിക്കുക.

1. 16,22,.....,.....,.....
2. ....,16,22,.....,.....
3. ....,.....,16,22,.....
4. 16,.....,22,.....,.....
5. ....,16,.....,22,.....
6. 16,.....,.....,22,.....

2. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.

1-ാം പദം	2-ാം പദം	3-ാം പദം	4-ാം പദം	5-ാം പദം	6-ാം പദം
2		8			
	8		18		
		18		32	
3					33
	9			21	
		12			21

**പ്രവർത്തനം 3**

ആദ്യ പദവും പൊതു വ്യത്യാസവും തന്ന ശേഷം 15-ാം പദം കാണുവാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു വേൾ ആദ്യ പദത്തിന്റെ കൂടെ 14 തവണ പൊതു വ്യത്യാസം കൂട്ടണം എന്നറിയാം.

$$\begin{aligned}
15\text{-ാം പദം} &= 1\text{-ാം പദം} + 14 \text{ പൊതു വ്യത്യാസം (15-1 പൊതു വ്യത്യാസം)} \\
&= 2\text{-ാം പദം} + 13 \text{ പൊതു വ്യത്യാസം (15-2 പൊതു വ്യത്യാസം)} \\
&= 3\text{-ാം പദം} + 12 \text{ പൊതു വ്യത്യാസം (15-3 പൊതു വ്യത്യാസം)} \\
&= 4\text{-ാം പദം} + 11 \text{ പൊതു വ്യത്യാസം (15-4 പൊതു വ്യത്യാസം)} \\
&= 5\text{-ാം പദം} + 10 \text{ പൊതു വ്യത്യാസം (15-5 പൊതു വ്യത്യാസം)} \\
&= 6\text{-ാം പദം} + 9 \text{ പൊതു വ്യത്യാസം (15-6 പൊതു വ്യത്യാസം)}
\end{aligned}$$

ഇതിൽ നിന്നും ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ഏതൊരു പദവും പൊതു വ്യത്യാസവും അറിഞ്ഞാൽ ആ ശ്രേണിയുടെ മറ്റേതൊരു പദവും കാണാൻ കഴിയുമെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

- ആദ്യ പദം 11, പൊതു വ്യത്യാസം 7 ആയ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ 12-ാം പദം എത്ര.
- ആദ്യ പദം 9 പൊതു വ്യത്യാസം -4 ആയാൽ 26-ാം പദം എത്ര.
- ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ 12-ാം പദം 57 ഉം പൊതു വ്യത്യാസം 5 ഉം ആയാൽ 19-ാം പദം എന്താണ്.
- ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദം 19-ഉം 10-ാം പദം 39 ഉം ആണ്. ഇതിലെ 6-ാം പദം എന്താണ്. 15-ാം പദമോ.
- ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ 7-ാം പദം 10ഉം 10-ാം പദം 7ഉം ആണ്. അതിന്റെ പൊതു വ്യത്യാസം എന്താണ്. 17-ാം പദമോ.
- പൊതു വ്യത്യാസം -1 ആയ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ 8-ാം പദം 12 ആണ്. അതിന്റെ 12-ാം പദം എന്താണ്. 20-ാം പദമോ.

**പ്രവർത്തനം 4**

അവസാന പദത്തിൽ നിന്ന് ആദ്യ പദം കുറച്ച് കിട്ടുന്ന ഫലത്തെ പൊതു വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ച് ഒന്ന് കൂട്ടിയാൽ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം കിട്ടുമല്ലോ.

- 5,8,11 .....എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിൽ 62 വരെ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്.

- 6,11,16 .....എന്ന ശ്രേണിയിലെ എത്രാം പദമാണ് 91.
- 27,23,19 .....എന്ന ശ്രേണിയിൽ 0 ഒരു പദമാണോ.
- 105, 84,27 .....എന്ന ശ്രേണിയിൽ എത്ര അധി സംഖ്യാ പദങ്ങളുണ്ട്.
- ദീപു തന്റെ നോട്ടു ബുക്കിൽ 100 നും 200നും ഇടയ്ക്കുള്ള 3ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ എഴുതി. ഗോപു എഴുതിയത് 100നും 200നും ഇടയ്ക്ക് 3 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശിഷ്ടം 2 വരുന്ന പൂർണ്ണസംഖ്യകളാണ്. എങ്കിൽ ഓരോരുത്തരും എത്ര സംഖ്യകൾ വീതം എഴുതി.
- 7ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ മൂന്നക്ക സംഖ്യകളുടെ എണ്ണമെത്ര.

**പ്രവർത്തനം 5**

ഒരു ശ്രേണിയിൽ പദങ്ങളെഴുതാൻ സ്വീകരിച്ച ക്രമം അല്ലെങ്കിൽ നിയമം ആണ് ആ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപത്തിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കുന്നത്.

6,9, 12,15 .....എന്ന ശ്രേണി പരിഗണിക്കുക.  
ഇതിലെ ആദ്യ സംഖ്യ 6ഉം ആവർത്തിച്ച് കൂട്ടുന്നത് 3ഉം ആണല്ലോ.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 6 \\
 x_2 &= 9 = 6 + (1 \times 3) \\
 x_3 &= 12 = 6 + (2 \times 3) \\
 x_4 &= 15 = 6 + (3 \times 3) \\
 x_5 &= 18 = 6 + (4 \times 3) \\
 &\dots\dots\dots \\
 x_n &= 6 + (n - 1)3
 \end{aligned}$$

കുറേക്കൂടി ചുരുക്കി ഈ ശ്രേണിയെ  $x_n = 3n + 3$  എന്ന ബീജഗണിതവാക്യത്തിലെഴുതാം.  
താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമാന്തര ശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.

1. 1,4,7,10,.....
2. 10,14,18,22,.....
3. 30,25,20,15,.....
4. 14,10,6,2,.....
5. -5,-10,-15,-20,.....
6. -8,-11,-14,-17,.....
7. -18,-16,-14,-12,.....
8. 6,12,18,24,.....
9. 1,4/3,5/3,2,.....
10. 5,6.5,8,9.5,.....

**പ്രവർത്തനം 6**

കുട്ടികളെ വിവിധ ഗ്രൂപ്പുകളാക്കുക. ഓരോ ഗ്രൂപ്പും 10 സമാന്തര ശ്രേണി വീതം എഴുതി അവയുടെ ബീജഗണിത രൂപം കുപിടിക്കുക. സമാന്തര ശ്രേണികളും അവയുടെ ബീജഗണിത രൂപവും ചേർത്ത് താഴെ പറയുന്ന രീതിയിൽ ഒരു പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. ശ്രേണികളുടെ  $n$ -ാം പദമായ ബീജഗണിത വാചകത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തുക.

Sl. No	ശ്രേണി	ആദ്യ പദം	പൊതു വ്യത്യാസം	$n$ -ാം പദം	$n$ ന്റെ ഗുണകം	ഗുണകങ്ങളുടെ തുക

കുട്ടികൾ കണ്ടെത്താവുന്ന വസ്തുതകൾ.

- $n$ -ാം പദം ഒന്നാം കൃതി ബഹു പദമാണ് അതായത് ഏത് സമാന്തര ശ്രേണിയേയും  $x_n = an + b$  എന്ന രൂപത്തിലെഴുതാം.
- $n$ ന്റെ ഗുണകം ശ്രേണിയുടെ പൊതു വ്യത്യാസമാണ്.
- ഗുണങ്ങളുടെ തുക ശ്രേണിയുടെ ആദ്യ പദമാണ്.

ചില ശ്രേണികളുടെ ബീജഗണിത രൂപം ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഓരോന്നും സമാന്തര ശ്രേണി ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. ആണെങ്കിൽ ആദ്യ പദവും പൊതു വ്യത്യാസവും കുപിടിക്കുക.

1.  $x_n = 7n + 5$
2.  $x_n = 4n^2 - 1$
3.  $x_n = 3n$
4.  $x_n = 5 - 6n$
5.  $x_n = 1 + n^2$
6.  $x_n = \frac{n+1}{3}$
7.  $x_n = \frac{n+5}{n}$
8.  $x_n = 1/2 + n/3$

**പ്രവർത്തനം 7**

ഒന്നിൽ തുടങ്ങി ഒരു നിശ്ചിത എണ്ണൽ സംഖ്യ വരെ കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്നത്, ആ സംഖ്യയുടെയും അതിനോട് ഒന്ന് കൂട്ടിയതിന്റെയും ഗുണന ഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ്.

ബീജഗണിത ഭാഷയിൽ പറഞ്ഞാൽ  
 $1+2+3+ \dots + \dots + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

ഏതു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെയും നിശ്ചിത എണ്ണം പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ ബീജഗണിത രൂപം  $n / 2 (x_1 + x_n)$  ആണല്ലോ.

1. 2,4,6, .....എന്ന ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 50 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.
2. ആദ്യ പദം -15 ഉം പൊതു വ്യത്യാസം 7ഉം ആയ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.
3. ആദ്യ പദം 14 ഉം പൊതു വ്യത്യാസം -4 ഉം ആയ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 30 പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത്.
4. 100 നും 200 നും ഇടയ്ക്കുള്ള 3ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തുക കാണുക.
5. 1 മുതൽ 30 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ് 31 മുതൽ 50 വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക.
6.  $1/2 + 1 + 1/2 + 2 + 2 1/2 + \dots + 12 1/2$

**പ്രവർത്തനം 8**

കുട്ടികളെ വിവിധ ഗ്രൂപ്പുകളാക്കുക. ഓരോ ഗ്രൂപ്പും 10 സമാന്തര ശ്രേണികൾ എഴുതി അതിന്റെ n പദങ്ങളുടെ തുക കണ്ടെത്തി താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. പട്ടിക നിരീക്ഷിച്ച് n പദങ്ങളുടെ തുകയായ ബീജഗണിത വാചകത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകൾ കുട്ടികൾ കണ്ടെത്തുക.

Sl. No	ശ്രേണി	ആദ്യ പദം	പൊതു വ്യത്യാസം	n പദങ്ങളുടെ തുക	n <sup>2</sup> ന്റെ ഗുണകം	ഗുണകങ്ങളുടെ തുക



കുട്ടികൾ കഞ്ഞാൻ സാധ്യതയുള്ള പ്രത്യേകതകൾ.

- പൊതു വ്യത്യാസം പൂജ്യമല്ലാത്ത സമാന്തര ശ്രേണികളുടെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുകയായ ബീജഗണിത വാചകം ഒരു രാമ കൃതി ബഹു പദമാണ്.
- ഈ ബഹു പദത്തിൽ സംഖ്യ മാത്രമായ പദമില്ല.
- $n^2$ ന്റെ ഗുണകം പൊതു വ്യത്യാസത്തിന്റെ പകുതിയാണ്.
- ഗുണകങ്ങളുടെ തുക ആദ്യ പദമാണ്.

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമാന്തര ശ്രേണികളുടെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുക കൂ പിടിക്കുക.

1. ഒന്നാം പദം 6, പൊതു വ്യത്യാസം 4
2. ഒന്നാം പദം -8 പൊതു വ്യത്യാസം 2
3. ഒന്നാം പദം -11 പൊതു വ്യത്യാസം -5
4. 9,13,17,21,.....
5. 23,20,17,14,.....
6. -5,-7,-9,-11,.....

കൂടുതൽ പഠന പ്രവർത്തനങ്ങൾ

1. 13,18,23,28, .....എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയിൽ പൂർണ്ണവർഗ്ഗമായ ഒരു പദം പോലും ഇല്ല എന്ന് അനു പറയുന്നു. അനു പറയുന്നത് ശരിയാണോ. നിങ്ങളുടെ ഉത്തരം എന്താണ്. എന്തു കെട്.
2. ആദ്യ പദം  $1/4$  ഉം പൊതു വ്യത്യാസം  $1/4$  ഉം ആയ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയിൽ 1 ഒരു പദമാണോ. 2 ആയാലോ. ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.
3. പൊതു വ്യത്യാസം 6 ആയ ഒരു സമാന്തര ശ്രേണി എഴുതുക. ഈ ശ്രേണിയുടെ ഏതെങ്കിലും  $n$  പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 166 ആകുമോ. നിങ്ങളുടെ ഉത്തരം സമർത്ഥി ക്കുക.
4. എണ്ണൽ സംഖ്യകളെ നാലു കെട് ഗുണിച്ച് 3 കൂട്ടിയാണ് വിനു ഒരു ശ്രേണി എഴു തിയത്.
  - a. വിനു എഴുതിയ ശ്രേണി ഏത്.

- b. ഈ ശ്രേണി ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയാണോ. കാരണം പറയുക.
- c. ഈ ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിത രൂപം എഴുതുക.
- d. ഈ ശ്രേണിയുടെ 20-ാം പദം എത്രയാണ്.
- e. 191 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ. 192 ആയാലോ.
- f. ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുകയെത്ര.

- 5.  $x-2, 4x-1, 3x-4$  എന്നിവ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ മൂന്ന് പദങ്ങളായാൽ
  - a.  $x$  ന്റെ വിലയെത്ര.
  - b. പൊതു വ്യത്യാസം എത്ര.
  - c. ഈ ശ്രേണിയുടെ  $n$ -ാം പദം എഴുതുക.

6. ഒരേ ദിശയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു വസ്തുവിന്റെ ആദ്യ പ്രവേഗം 10 മീറ്റർ/ സെക്കന്റ് . ഓരോ സെക്കന്റിലും വസ്തുവിന്റെ പ്രവേഗം 2 മീറ്റർ / സെക്കന്റ് വീതം വർദ്ധിക്കുന്നു. ഓരോ സെക്കന്റിന്റെ അവസാനവും വസ്തുവിനുകുന്ന പ്രവേഗത്തിന്റെ ശ്രേണി എഴുതുക.  
 വസ്തുവിന്റെ പ്രവേഗം 50 മീറ്റർ / സെക്കന്റ് ആകുന്നത് എപ്പോഴാണ്.

7. ആദ്യത്തെ 100 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുന്നതിന് മനു ഉപയോഗിച്ച രീതി ഇതാണ്.  
 $1+2+3+ \dots +100 = 50 \times 101 = 5050$

- a. മനു ഉപയോഗിച്ച രീതി വിശദമാക്കുക.
- b. ഈ രീതി ഉപയോഗിച്ച്  $7+14+21+28+ \dots +700$  കൂ പിടിക്കുക.

8. ഒരു തടി ഡിപ്പോയിൽ തടി അടുക്കി വെച്ചിരിക്കുന്നത് സമാന്തര ശ്രേണിയിലാണ്. ഏറ്റവും താഴത്തെ വരിയിൽ 70 തടികളു്. തുടർന്ന് മുകളിലേക്കുള്ള ഓരോ വരിയിലും 4 തടികൾ വീതം കുറവാണ്. ഇങ്ങനെ 11 വരികൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ ആകെ എത്ര തടികളു്.

- 9. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ  $n$ -ാം പദം  $7n+ 2$  ആണ്.
  - a. ഈ ശ്രേണിയിലെ പദങ്ങളെ 7 കെറ്റ് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്ര.
  - b. ഈ ശ്രേണിയിൽ 100 നും 200 നും ഇടയിൽ എത്ര പദങ്ങളു്.
  - c. ആ പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര.
  - d. ഈ ശ്രേണിയുടെ  $(n+1)$ -ാം പദം ഏത്.

10. 4,10,16, .....എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 50 പദങ്ങളുടെ തുകയേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ് 9,15,21,..... എന്ന സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 50 പദങ്ങളുടെ തുക.

11. ഒരു ഓഡിറ്റോറിയത്തിലേക്ക് 25 ഫാനുകൾ വാങ്ങുന്നതിന് തീരുമാനിച്ചു. ആദ്യത്തെ ഫാനിന് 1100 രൂപ. രാമത്തേതിന് 1090 രൂപ. മൂന്നാമത്തേത് 1080 രൂപാക്രമത്തിൽ 10 രൂപ വീതം കുറച്ച് നൽകാമെന്ന് ഓഫറുമായി ഒരു ഹോൾസെയിൽകടയുടമ എത്തി. മറ്റൊരു കടക്കാരൻ ഓരോ ഫാനും 1000 രൂപയ്ക്ക് നൽകാമെന്ന് അറിയിച്ചു.

a. ആദ്യത്തെ ഓഫറിൽ ആകെ എത്ര രൂപ കൊടുക്കണം.  
രാമത്തേതിലോ.

b. ആരുടെ പക്കൽ നിന്ന് വാങ്ങുന്നതാണ് കൂടുതൽ ലാഭകരം.

12. 4,7,10, ..... എന്ന ശ്രേണിയിലും 5,9,13, ..... എന്ന ശ്രേണിയിലും പൊതുവാ യുള്ള സംഖ്യകൾ ക്രമമായി എഴുതിയാൽ കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക.

13. കമ്പനിയുടെ ആവശ്യത്തിന് ഇരുമ്പ് കമ്പികൾ കെട്ട് 20 സമചതുരങ്ങൾ നിർമ്മി ക്കുന്നതിന് ഒരു വർക്ക് ഷോപ്പിന് കരാർ നൽകുന്നു. ഒന്നാമത്തെ സമ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റു ഉപ് 8 മീറ്റർ ആയിരിക്കണം. തുടർന്നുള്ള സമചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ നീളം ഓരോ മീറ്റർ വീതം കൂടുതൽ ആയിരിക്കണം.

a. ചുറ്റളവുകളുടെ ശ്രേണി എഴുതുക.

b. 20-ാമത്തെ ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയായിരിക്കും

c. 20 ചതുരങ്ങൾ നിർമ്മിക്കാനാവശ്യമായ കമ്പിയുടെ ആകെ നീളമെത്ര.

14. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുകയുടെ ബീജ ഗണിത രൂപം  $3n^2 + 5n$  ആയാൽ

a. ആദ്യ പദം ഏത്.

b. പൊതു വ്യത്യാസം എത്ര.

c. 10-ാം പദം എന്തായിരിക്കും.

15. ചില ശ്രേണികളുടെ ആദ്യത്തെ  $n$  പദങ്ങളുടെ തുക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. അവയിൽ ഏതൊക്കെയാണ് സമാന്തര ശ്രേണികൾ.

1).  $5n^2$     2).  $4n^2 - 2$     3).  $3n^2 + n + 1$     4).  $2n^2 - 3n$

സമാന്തര ശ്രേണികളുടെ ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും കാണുക.

16. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ 17-ാം പദം 85 ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ ആദ്യത്തെ 33 പദ ങ്ങളുടെ തുക എത്ര.

17. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 17 പദങ്ങളുടെ തുക 153 ആയാൽ 9-ാം പദം എത്ര.

18. 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക കു പിടിക്കുക.യായിരുന്നു അനുപ്. ഒരു ഘട്ടത്തിൽ തുക 105 എന്ന് കിട്ടി. എങ്കിൽ എത്ര സംഖ്യകളുടെ തുകയാണ് 105.

19. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ മൂന്ന് പദങ്ങളുടെ തുക 33ഉം അവയുടെ ഗുണന ഫലം 792 ഉം ആയാൽ പദങ്ങൾ കാണുക.

20. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ 2-ാം പദവും 6-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 1:4 ആണ്.

a. 4-ാം പദവും 14-ാം പദവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എത്ര.

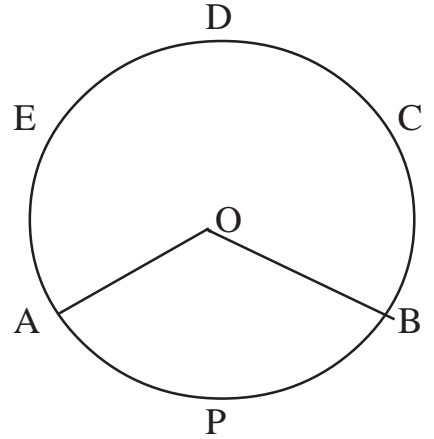
b. 9-ാം പദം 50 ആയാൽ 16-ാം പദം എത്ര.

## 2. വൃത്തങ്ങൾ

ആശയം ഒരേ ചാപത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യമാണ്. ഒരു ചാപത്തിന്റെ ശീഷ്ട ചാപത്തിലെ കോണിന്റെ അളവ് ആ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോണിന്റെ അളവിന്റെ പകുതിയാണ്.

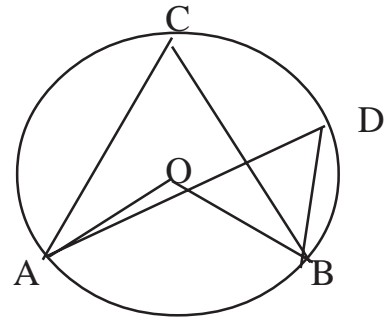
### പ്രവർത്തനം 1

1. ചിത്രത്തിൽ ചാപം APB യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ.
2.  $\angle AOB$  അളന്നെഴുതുക.
3. A,B എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ C,D,E എന്നീ ബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിക്കുക.
4. ഇപ്പോൾ കിട്ടിയ കോണുകൾ എഴുതുക.
5. ഈ കോണുകൾ അളന്നെഴുതുക.
6. ഇവയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്.
7. ഈ കോണുകളും  $\angle AOB$  യും തമ്മിൽ ബന്ധമുണ്ടോ.
8.  $\angle AOB = 60^\circ$  ആയാൽ മറ്റ് കോണുകൾ എത്ര വീതം ആയിരിക്കും.



### മൂല്യ നിർണ്ണയം

- ചിത്രത്തിൽ വൃത്ത കേന്ദ്രം O ആകുന്നു.  
 $\angle ACB = 40^\circ$  ആകുന്നു..  
 $\angle AOB, \angle ADB$  ഇവയുടെ അളവുകൾ എത്ര.

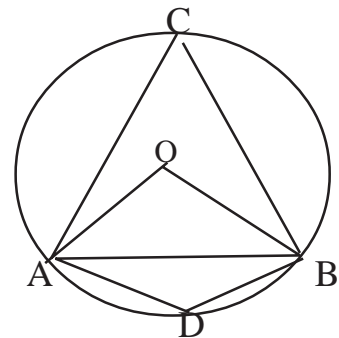


### ആശയം

പ്രക്രിയ ചതുർഭുജം മറുഖണ്ഡങ്ങളിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങൾ.

ചിത്രത്തിൽ നിന്നും

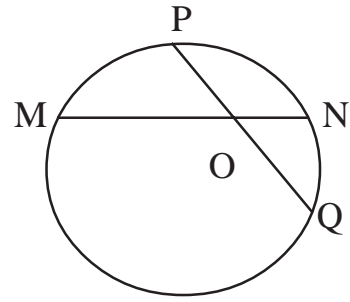
1. ചാപം ADB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
2.  $\angle ACB = \dots\dots\dots$
3. ചാപം ACB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
4.  $\angle ADB = \dots\dots\dots$
5.  $\angle ACB + \angle ADB = \dots\dots\dots$
6.  $\angle CAB + \angle CBA = \dots\dots\dots$
7. ചതുർഭുജം ABCD യ്ക്ക് അനുയോജ്യമായ പേര്.



ആശയം ഒരു വൃത്തത്തിലെ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിച്ചാൽ  $PA \times PB = PC \times PD$  ആയിരിക്കും.

ചിത്രത്തിൽ MP, NQ ഇവ യോജിപ്പിക്കുക.

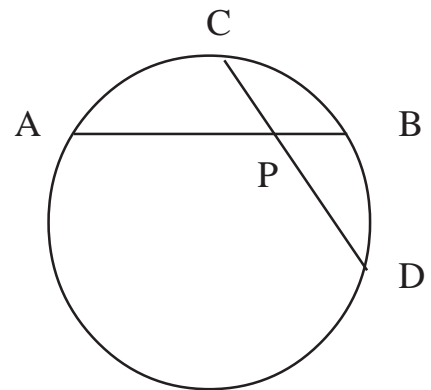
1.  $\angle P, \angle M$  ഇവയ്ക്ക് തുല്യമായ കോണുകൾ എഴുതുക
2. ത്രികോണം MOP, ത്രികോണം NOQ ഇവയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്.
3.  $OM/PO = \dots\dots\dots$
4.  $OM \times \dots\dots\dots = OP \times \dots\dots\dots$
5. MN വ്യാസവും PQ അതിന് ലംബവുമായാൽ ഈ ബന്ധം എങ്ങിനെ മാറും.



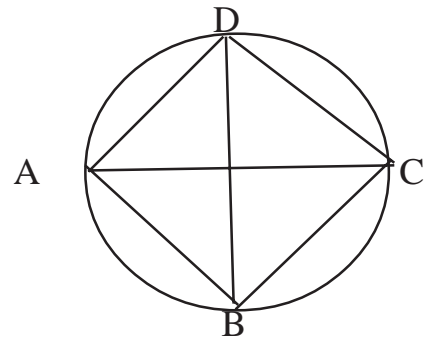
**മൂല്യ നിർണ്ണയം**

ചിത്രത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

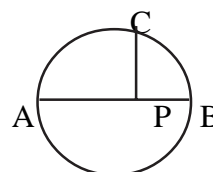
AP	PB	PC	PD	AB	CD
4		2		7	
	2		6		9
6		3		10	11
	5		10	11	
	4	2		12	18



2. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും
  1.  $\angle BAC$  യ്ക്ക് തുല്യമായ കോൺ ഏത്.
  2.  $\angle CBD$  യ്ക്ക് തുല്യമായ കോൺ ഏത്.
  3.  $\angle ACB$  എത്ര.
  4.  $\angle ACD$  എത്ര.
  5. BD എന്ന ഞാണിന് യോജിച്ച പേര്.
  6. ചതുർ ഭുജം ABCD യുടെ എല്ലാ കോണുകളും കാണുക.



3. 4.5 cm ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരച്ച് അതിൽ ഒരു സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കുക.
4. 13 cm നീളമുള്ള ഒരു വര ഉപയോഗിച്ച്  $\sqrt{12}, \sqrt{22}, \sqrt{30}, \sqrt{40}, \sqrt{42}$  നീളങ്ങളുള്ള വരകൾ വരയ്ക്കുക.
5. ചിത്രത്തിൽ AP= 5 cm, PB =1cm, PC എത്ര. PC ഒരു വശമായി വരയ്ക്കുന്ന സമ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര.



### 3. രാം കൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

ആശയം വിപരീത ക്രിയയിലൂടെ ഉത്തരം കൂടി പിടിക്കുക. തുടർന്ന് സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുക.

1. 4 വർഷം മുമ്പ് മനുവിന്റെ വയസ്സിന്റെ 9 മടങ്ങ് 81 ആയിരുന്നു. മനുവിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സ് എത്ര.
2. ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം 4 സെ. മീ. വീതം കുറച്ചപ്പോൾ അതിന്റെ പരപ്പളവ് 81 ച.സെ.മീ. ആയി. ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളമെന്ത്.
3. ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്നും 4 കുറച്ചതിന്റെ വർഗ്ഗം 81 ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്.
4. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിനോട് 14 കൂട്ടിയപ്പോൾ 50 കിട്ടി. സംഖ്യ ഏത്.
5. ഒരു സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ പൊതു വ്യത്യാസം 1 ആണ്. 5-ാം പദത്തിന്റെ വർഗ്ഗം 100 ആയാൽ ആദ്യ പദം എത്ര.

ബീജ ഗണിത രീതിയിൽ സമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് പരിഹാരം കാണുക. (സമവാക്യത്തിന്റെ ഇടത് ഭാഗം പൂർണ്ണ വർഗ്ഗം).

1. തുടർച്ചയായ രണ്ട് ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ ഗുണന ഫലത്തോട് 1 കൂട്ടിയപ്പോൾ 64 കിട്ടി. സംഖ്യകൾ ഏത്.
2. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തോട് അടുത്ത സംഖ്യയുടെ 4 മടങ്ങ് കൂട്ടിയപ്പോൾ 144 കിട്ടി. സംഖ്യ ഏത്.
3. പൊതു വ്യത്യാസം 6 ആയ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ രണ്ട് പദങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലത്തോട് 9 കൂട്ടിയപ്പോൾ 121 കിട്ടി. ആദ്യ പദം ഏത്.
4. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 8 സെ.മീ. കൂടുതലാണ്. ഇതിന്റെ പരപ്പളവിനോട് കൂടി 16 കൂട്ടിയപ്പോൾ 144 കിട്ടിയെങ്കിൽ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.
5. ഒരു സംഖ്യയുടെ 10 മടങ്ങിന്റെയും സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിന്റെയും തുകയോട് കൂടി 25 കൂട്ടിയപ്പോൾ 324 കിട്ടി എങ്കിൽ സംഖ്യ ഏത്.
6. സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള തോട്ടത്തിനു ചുറ്റും അകത്തായി 6 മീറ്റർ വീതിയിൽ നടപ്പാതയ്ക്ക്. നടപ്പാത ഒഴികെ തോട്ടത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 289 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ തോട്ടത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എന്ത്.

വർഗ്ഗത്തികവിലുടെ പരിഹാരം കാണേ ചോദ്യങ്ങൾ

1. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തിന്റെയും ആ സംഖ്യയുടെ 10 മടങ്ങിന്റെയും തുക 144 ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്.
2. പൊതു വ്യത്യാസം 8 ആയ സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ രു പദങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലം 240 ആയാൽ ആദ്യ പദം എത്ര.
3.  $x^2+18x = 144$  എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക.

$ax^2 + bx + c=0$  എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരങ്ങൾ  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ചു കണ്ടാ.

1. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 60 ച.സെ.മി. ഇതിന്റെ നീളം 3 സെ. മി. കുറയുകയും വീതി 1 സെ.മി. കൂട്ടുകയും ചെയ്താൽ അത് ഒരു സമചതുരമാകും. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.
2. ഒരു മട്ട ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന് പാദത്തേക്കാൾ 4 സെ.മി. നീളം കൂടുതലു്. മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളം പാദത്തേക്കാൾ 2 സെ.മി. കൂടുതലാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു വശങ്ങളുടെയും നീളങ്ങൾ കാണുക.
3. തുടർച്ചയായ എത്ര എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയാണ് 2145.
4. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണം വീതിയേക്കാൾ 9 സെ.മി. കൂടുതലാണ്. നീളം വീതിയേക്കാൾ 7 സെ.മി. കൂടുതലാണ്. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.
5. ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുത്ക്രമത്തിന്റെയും തുക സംഖ്യയുടെ 5 മടങ്ങിനേക്കാൾ 3 കൂടുതലാണ്. സംഖ്യ ഏത്.
6. ഒരു കാർ 300 കി.മി. ദൂരം സഞ്ചരിച്ചു. വേഗത 10 കി.മി. വർദ്ധിപ്പിച്ചിരുന്നുവെങ്കിൽ ഒരു മണിക്കൂർ നേരത്തെ എത്തുമായിരുന്നു. കാറിന്റെ വേഗത എന്ത്.
7. ഒരു ക്ലാസിലെ കുട്ടികൾ പരസ്പരം ഹസ്തദാനം ചെയ്യുന്നു. ആകെ മൂന്നുറു ഹസ്തദാനങ്ങൾ നടന്നുവെങ്കിൽ ക്ലാസിലെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം എത്ര.



8. ഒരു വൃത്തത്തിലെ  $AB, CD$ . എന്നീ ഞാണുകൾ  $M$ .ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.  $AB = 20 \text{ cm}$ ,  $CM = 7 \text{ cm}$ ,  $DM = 12 \text{ cm}$  ആയാൽ  $BM$  എത്ര.

9. 15 വർഷം കഴിയുമ്പോൾ രാമുവിന്റെ വയസ്സ് അവന്റെ പതിനഞ്ചു വയസ്സു മൂന്നു മൂന്നു വയസ്സിന്റെ വർഗ്ഗം ആകും. രാമുവിന്റെ ഇപ്പോഴത്തെ വയസ്സെത്ര.

10. സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കടലാസ്സിന്റെ ഒരു വശത്തിലൂടെ 4 സെ.മീ. വീതിയിൽ ഒരു ചതുരം മുറിച്ചു മാറ്റുന്നു. സമ ചതുരത്തിന്റെയും ശേഷിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെയും പരപ്പളവുകളുടെ തുക 160 ആണെങ്കിൽ സമചതുരത്തിന്റെ വശം. ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് എന്ത്.

വിവേചകം ക് പരിഹാരം കാണാവുന്ന ചോദ്യങ്ങൾ

1. 40 സെ.മീ. ചുറ്റളവും 120 ച.സെ.മീ. പരപ്പളവും ഉള്ള ഒരു ചതുരം നിർമ്മിക്കുവാൻ സാധ്യമാണോ. എന്തുകൊണ്ട്.

2. ആദ്യത്തെ  $n$  എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക 250 ആകുമോ. 300 ആയാലോ.

3. ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുത്ക്രമത്തിന്റെയും തുക  $3/2$  ആകുമോ.  $5/2$  ആയാലോ.

#### 4. ത്രികോണമിതി

1. സൂര്യൻ എത്ര ഡിഗ്രി മേൽകോണിൽ കാണുമ്പോൾ ആണ് ഒരു മരത്തിന്റെ ഉയരം അതിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളത്തിന്റെ  $\sqrt{3}$  മടങ്ങ് ആവുന്നത്.
2. ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ഉയരവും പാർശ്വോന്നതിയും നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോൺ  $30^\circ$ . ഉയരം 15 സെ.മി. ആയാൽ ആരവും പാർശ്വോന്നതിയും കാണുക.
3. ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ സമീപ വശങ്ങൾ 4 സെ.മി, 6 സെ.മി, അവ നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോൺ  $45^\circ$  ആയാൽ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.
4. ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം 6 സെ.മി ആയാൽ അന്തർ വൃത്ത ആരവും പരിവൃത്ത ആരവും കാണുക. അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടുക.
5. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രൂ വശങ്ങൾ 6 സെ.മി, 7 സെ.മി, അവ നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോൺ  $40^\circ$  ആയാൽ പരപ്പളവ് കാണുക.
6. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രൂ വശങ്ങൾ 5 സെ.മി, 6 സെ.മി, അവ നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോൺ  $130^\circ$  ആയാൽ പരപ്പളവ് കാണുക.
7. 3 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു കമ്പ് ഭിത്തിയിൽ ചാരിവച്ചിരിക്കുന്നു. കമ്പ് ഭിത്തിയുടെ മുകളിൽ കൃത്യമായി എത്തുന്നു. തറയുമായ് കമ്പ് നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോൺ  $40^\circ$  ആയാൽ ഭിത്തിയുടെ ഉയരം എന്ത്.
8. ഒരു പുഴയുടെ കരയിൽ നിൽക്കുന്ന കുട്ടി മറുകരയിൽ പുഴയോടു ചേർന്നു നിൽക്കുന്ന ഒരു മരത്തിന്റെ മുകൾ ഭാഗം  $45^\circ$  മേൽകോണിൽ കാണുന്നു. 20 മീറ്റർ പിറകിലേക്ക് മാറി നിന്നു നോക്കിയപ്പോൾ  $30^\circ$  മേൽകോണിലും കാണുന്നു. എങ്കിൽ പുഴയുടെ വീതി എന്ത്. മരത്തിന്റെ ഉയരം എന്ത്.
9. ഒരു കൊടിമരം ഏതാനും മീറ്റർ ഉയരത്തിൽ വച്ച് കാറ്റിൽ ഒടിഞ്ഞ് ചുവട്ടിൽ നിന്ന് 10 മീറ്റർ അകലെയായി തറയിൽ തൊടുന്നു. തറയുമായ് ഉറകുന്ന കോൺ  $56^\circ$  ആയാൽ കൊടിമരത്തിന്റെ ഉയരം എന്ത്.
10. ത്രികോണം PQR ൽ  $PR=15$  cm,  $RQ=12$ cm,  $\angle P=36^\circ$ ,  $\angle Q=72^\circ$  ആയാൽ PQ ന്റെ നീളം കാണുക.

11. 15 മീറ്റർ ഉയരമുള്ള ഒരു കൊടിമരം ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് കുറച്ചുമാറി നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ കൊടി മരത്തിന്റെ മുകൾ ഭാഗം  $60^\circ$  മേൽകോണിലും കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകൾ ഭാഗം  $45^\circ$  മേൽകോണിലും കാണുന്നുവെങ്കിൽ അയാൾ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്ന് എന്ത് അകലെയാണ് നിൽക്കുന്നത്.

## 5.ഘനരൂപങ്ങൾ

1. 20cm ആരവും 35cm ഉയരവുമുള്ള വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദപ്പരപ്പളവ് എന്ത്. വ്യാപ്തം എന്ത്.(  $\pi$  ഉൾപ്പെടെ)
2. 21cm ചരിവുയരവും 40cm വ്യാസമുള്ള ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖ പരപ്പളവ് എത്ര.
3. പാദപ്പരപ്പളവ്  $144 \pi \text{ cm}^2$  ഉള്ള ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 15cm എങ്കിൽ സ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്ത്.
4. പാർശ്വമുഖ പരപ്പളവ്  $80 \pi \text{ cm}^2$  ഉള്ള ഒരു വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ ചരിവുയരം 10cm എങ്കിൽ ഉന്നതി കാണുക.
5. 18cm ആരമുള്ള കട്ടിയായ ഒരു ഗോളം ഉറുക്കി അതേ ആരമുള്ള വൃത്ത സ്തംഭം നിർമ്മിക്കുന്നു. വൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ ഉന്നതി എത്ര.
6. 16cm ഉയരമുള്ള ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഒരു പാദ വക്കിന്റെ നീളം 20cm ആണ്. കട്ടിയായ ഈ സ്തൂപിക ഉറുക്കി 16cm പാദവക്കുള്ള സമചതുര സ്തൂപിക ഉറുക്കിയാൽ അതിന്റെ ഉയരം എന്തായിരിക്കും.
7. വൃത്ത സ്തൂപികാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കൂടാരത്തിന്റെ ഉയരം 12 മീറ്ററും പാദ ആരം 16 മീറ്ററും ആണ്. ചതുരശ്ര മീറ്ററിന് 40 രൂപ നിരക്കിൽ കൂടാരം നിർമ്മിക്കുന്നതിന്റെ ചിലവെന്ത്.
8. ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ പാദ പരപ്പളവ്  $100\text{cm}^2$  ഉം ഉന്നതി 12cm ഉം ആണ്. എങ്കിൽ വ്യാപ്തം കണക്കാക്കുക.
9. കട്ടിയായ ഒരു ഗോളം ഉറുക്കി, അതിന്റെ പകുതി ആരമുള്ള കട്ടിയായ എത്ര ഗോളങ്ങൾ ഉറുക്കാം.
10. 4 cm ആരമുള്ള ഒരു അർദ്ധ ഗോളത്തിന്റെ വക്രമുഖ പരപ്പളവ് എത്ര.

11. പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

ഏതാനും സമ ചതുര സ്തുപികകളുടെ അളവുകൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

പാദ വക്ട്	ഉയരം	ചരിവുയരം	പാദ ചുറ്റളവ്	പാദ പരപ്പളവ്	പാർശ്വ മുഖ പരപ്പളവ്	ഉപരിതല പരപ്പളവ്	വ്യാപ്തം
a	h	l	4a	a <sup>2</sup>	2al	2al+a <sup>2</sup>	1/3a <sup>2</sup> h
24	18						
30		25					
	36	45					
14	24						
	15	17					
12	8						
24		20					

12 പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

ഏതാനും വൃത്ത സ്തുപികകളുടെ അളവുകൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ആരം	ഉയരം	ചരിവുയരം	പാദ ചുറ്റളവ്	പാദ പരപ്പളവ്	വക്ര മുഖ പരപ്പളവ്	ഉപരിതല പരപ്പളവ്	വ്യാപ്തം
r	h	l	2r	ōr <sup>2</sup>	ōrl	ōrl+ōr <sup>2</sup>	1/3ōr <sup>2</sup> h
6	8						
5		13					
	24	30					
15		25					
10	24						
	36	45					

13. ഒരു സമചതുര കട്ടയുടെ വക്കുകളുടെ ആകെ നീളം 24 cm ആണ്. അതിൽ നിന്നും രൂപപ്പെടുത്താവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാപ്തം എന്ത്.

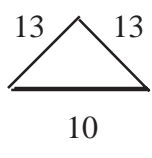
14. വക്കുകളെല്ലാം തുല്യമായ ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയുടെ ഒരു പാദ വക്കിന്റെ നീളം 12 ആണ്. അതിന്റെ പാർശ്വ മുഖ പരപ്പളവ് എന്ത്. പാദപ്പരപ്പളവ് എന്ത്.

15. 20cm പാദവും 26cm ചരിവുയുരവുമുള്ള ഒരു സമചതുര സ്തൂപിക നിർമ്മിക്കാൻ ഒരു സമചതുരവും 4 സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളും വെട്ടിയെടുക്കുന്നു. ഇങ്ങനെയുണ്ടാക്കിയ സമചതുര സ്തൂപികയുടെ വ്യാപ്തം കാണുക.

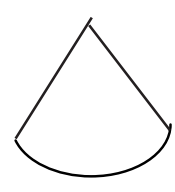
16. ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ വക്കുകളെല്ലാം തുല്യ നീളമുള്ളവയാണ്. സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വ പരപ്പളവ്  $64\sqrt{3}$  cm ആയാൽ സ്തൂപികയുടെ പാദപരപ്പളവ് എന്ത്.

17. ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന പ്രകാരമുള്ള 4 ത്രികോണങ്ങൾ ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ 4 വശങ്ങളിലും ചേർത്തു വെച്ച് ഒരു സമചതുര സ്തൂപികയാക്കുന്നു. എങ്കിൽ ആ സ്തൂപികയുടെ

- a. പാദത്തിന്റെ ഒരു വശം എത്ര.
- b. ചരിവുനന്നതി എത്ര.
- c. പാർശ്വ മുഖപ്പരപ്പളവ് എത്ര.



18. ഒരു വൃത്തസ്തൂപികയുടെ വക്ര മുഖമായി വരുന്ന വൃത്താംശമാണ് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. കേന്ദ്രകോൺ  $45^\circ$ , വശങ്ങൾ 24 cm, 24 cm. ഇത് ചുരുട്ടി ഉക്കാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ പാദ ചുറ്റളവ് എന്ത്.



19. ഒരു അർദ്ധ വൃത്തം ചുരുട്ടിയുണ്ടാക്കിയ ഏറ്റവും വലിയ വൃത്ത സ്തൂപികയുടെ വക്രമുഖപ്പരപ്പളവ്  $72\pi$  cm<sup>2</sup> ആണ് എങ്കിൽ. അതിന്റെ ചരിവുനന്നതി എന്ത്. പാദ ആരം എന്ത്.

20. 9cm.. ആരമുള്ള ഒരു ഗോളത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എന്ത്.

21. 9cm. ആരമുള്ള ഒരു അർദ്ധ ഗോളത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്ത്.

22. ഒരു പമ്പരത്തിന്റെ ആകൃതി ഒരു അർദ്ധ ഗോളത്തിൽ വൃത്ത സ്തൂപിക ഘടിപ്പിച്ച രൂപത്തിലാണ്. പൊതു ആരം 3cm. ആകെ ഉയരം 7cm.. ആയാൽ പമ്പരത്തിന്റെ ഉപരിതല പരപ്പളവ് എന്ത്.

23. കട്ടിയായ ഒരു കളിപ്പാട്ടം വൃത്തസ്തുപികയുടെ പാദത്തിൽ അർദ്ധഗോളം ഒട്ടിച്ച രൂപത്തിലാണ് .പൊതുവ്യാസം 18രാ.ആകെ ഉയരം 21രാ.ഈ കളിപ്പാട്ടം ഉറപ്പുവാൻ ഉപയോഗിച്ച വസ്തുവിന്റെ വ്യാപ്തം എന്ത്

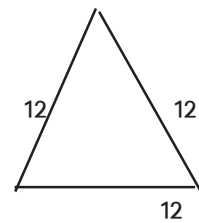
24. ബാബുവും രാജുവും 5 വീതം ആരമുള്ള വൃത്താംശം ഉപയോഗിച്ച് 2 വൃത്ത സ്തുപികകൾ ഉറപ്പിച്ചു. രാജുവിന്റെ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോൺ  $216^\circ$  യും ബാബുവിന്റെ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ  $288^\circ$  യുമാണ്. വൃത്ത സ്തുപികകളുടെ വ്യാപ്തം കാണുക. അവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.

25. 441  $\text{cm}^2$  ച.മി. പാദ പരപ്പുള്ളവുള്ള വൃത്ത സ്തുപികാകൃതിയിൽ നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന സർക്കസ് കൂടാരത്തിന്റെ ഉയരം 28 മീറ്ററാണ്. ഇതിന്റെ മേൽക്കൂരയ്ക്ക് ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന ക്യാൻവാസിന് ചതുരശ്ര മീറ്ററിന് 200 രൂപ നിരക്കിൽ എന്തു ചിലവാകും.

26. ഒരു ജല സംഭരണിയുടെ ആകൃതി വൃത്ത സ്തംഭത്തിന്റെ രറ്റത്തും അർദ്ധഗോളങ്ങൾ ഘടിപ്പിച്ച രീതിയിലാണ്. ഇതിന്റെ ആകെ നീളം 10 മീറ്ററും പൊതു വ്യാസം 8 മീറ്ററുമാണ്. ഇതേ വ്യാസവും ഇരട്ടി നീളവുമുള്ള മറ്റൊരു സംഭരണിയുടെ ഉപരിതല പരപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് ചെറുതിനേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലായിരിക്കും.

27. ഒരു വൃത്ത സ്തുപികയുടെ ശീർഷത്തിൽ നിന്ന് ലംബമായി പാദത്തിലേക്കുള്ള നേർ ഖണ്ഡമാണ് ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

1. സ്തുപികയുടെ ചരിവുയരം എത്ര.
2. ആരം എത്ര.
3. വക്രമുഖപരപ്പ് എത്ര.
4. സ്തുപികയുടെ വക്രമുഖം കൃത്യമായി മറയ്ക്കാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര.



## 6. സൂചക സംഖ്യകൾ

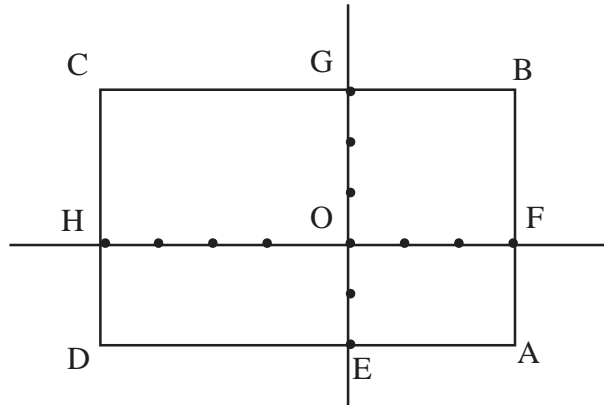
1. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളെ  $x$  അക്ഷത്തിലുള്ളവ,  $y$  അക്ഷത്തിലുള്ളവ എന്നിങ്ങനെ തരം തിരിക്കുക.

$A(3,0)$ ,  $B(0,-2)$ ,  $C(-5,0)$ ,  $D(-1,0)$ ,  $E(0,4)$ ,  $F(0,3)$

2. താഴെ തന്നിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്ന്  $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ രേഖയിലുള്ള 2 ബിന്ദുക്കൾ തിരഞ്ഞെടുത്തെഴുതുക.

$(2,0)$ ,  $(3,2)$ ,  $(2,-1)$ ,  $(-5,3)$ ,  $(5,3)$ ,  $(2,2)$ ,  $(4,-2)$ ,  $(2,7)$

3. ചിത്രത്തിൽ ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. ചതുരങ്ങളുടെ ശീർഷങ്ങളായ  $ABCD$  എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകളെഴുതുക. ചതുരങ്ങളെ സംഗമിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളാണ്  $EFGH$  ഇവയുടെ സൂചക സംഖ്യകളെഴുതുക. ഈ ചതുരത്തിന്റെ വീതി എത്ര.



4. ആധാരബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി 3 യൂണിറ്റ് ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഈ വൃത്തം  $x$  അക്ഷത്തെയും,  $y$  അക്ഷത്തെയും ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. അവയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.

5. അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ  $(3,1)$   $(8,5)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഈ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവെത്ര.

6. ആധാര ബിന്ദുവും  $(5,4)$ , ഉം എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം വരയ്ക്കുക. മറ്റു മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകളെഴുതുക. (വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരം).

7. അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ  $(-3,-2)$ ,  $(0,2)$ , ഇവ എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം വരയ്ക്കുക. ഈ ചതുരത്തിന്റെ മറ്റ് മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകളെഴുതുക. ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.



## 7.സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

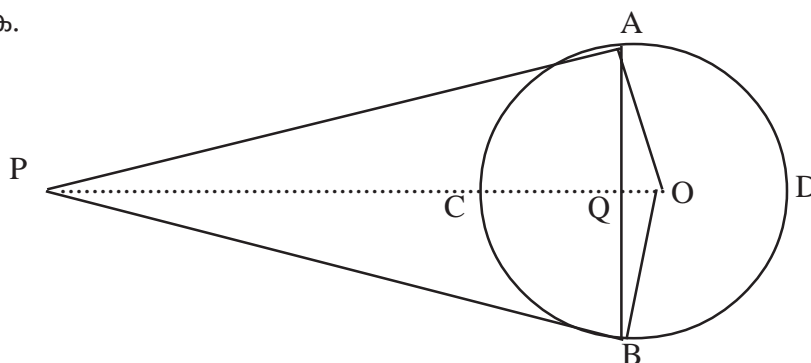
1. ഒരു പെട്ടിയിൽ 5 കറുത്ത മുത്തുകളും 7 വെളുത്ത മുത്തുകളുമുണ്ട്. ഇതിൽ നിന്ന് ഒരേണ്ണമെടുത്താൽ അത്
  - a. കറുത്തത് ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര.
  - b. വെളുത്തത് ആകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര.
  
2. രാമുവിനോട് 20 ൽ താഴെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ പറയുവാൻ ആവശ്യപ്പെടുന്നു.
  - a. രാമു ഏതൊക്കെ സമഖ്യകൾ പറയാം.
  - b. അതിൽ അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം.
  - c. രാമു പറയുന്ന സംഖ്യ അഭാജ്യ സംഖ്യയാകുന്നതിനുള്ള സാധ്യത എത്ര.
  
3. ഒരു പെട്ടിയിൽ എട്ടു വെളുത്ത പന്തുകളും 10 കറുത്ത പന്തുകളും ഉണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നും ഒരു പന്തെടുത്താൽ അത് വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര. ഒരു വെളുത്ത പന്ത് ഒരു കറുത്ത പന്തും കൂട്ടിയിട്ട ശേഷം ഒരേണ്ണമെടുത്താൽ അവ വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത കൂടുമോ. കുറയുമോ.
  
4. ഒന്നു മുതൽ 6 വരെ സംഖ്യകൾ എഴുതിയ 2 പകിടകൾ വേണു ഒരേ സമയം എറിയുന്നു. സംഖ്യകളുടെ തുക 6 വരുവാനുള്ള സാധ്യത എത്ര.
  
5. ഒരു പെട്ടിയിൽ 10 പച്ച മാങ്ങയും 5 പഴുത്ത മാങ്ങയും ഉണ്ട്. മറ്റൊരു പെട്ടിയിൽ 8 പച്ച മാങ്ങയും 12 പഴുത്ത മാങ്ങയും ഉണ്ട്. ഇതിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു പെട്ടിയിൽ നിന്ന് ഒരു മാങ്ങ എടുത്താൽ
  - a. അത് പഴുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര.
  - b. അത് പച്ചയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര.

### 8.തൊടുവരകൾ

വൃത്തത്തെ സംബന്ധിച്ച വിവിധ ആശയങ്ങളും സാമാന്യ തത്വങ്ങളും പരിചയപ്പെടു കഴിഞ്ഞു. തൊടുവര എന്ന ആശയവും തൊടുവരയെ ആസ്പദമാക്കിയുള്ള തത്വങ്ങളും നിർമ്മിതികളും ഈ പാഠ ഭാഗത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്യുന്നു.

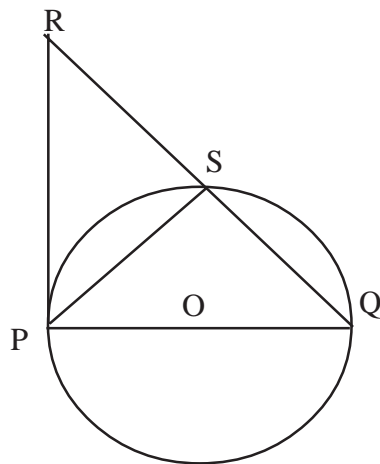
- തൊടുവര എന്ന ആശയം രൂപീകരിക്കൽ.
- വൃത്തത്തിലെ ഏതെങ്കിലും ബിന്ദുവിലൂടെ ആരത്തിനു ലംബമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, ആ ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയാണ്.
- വൃത്തത്തിന്റെ ഏത് തൊടുവരയും തൊടുന്ന ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരത്തിന് ലംബമാണ്.
- വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ഏതു ബിന്ദുവിൽ നിന്നും രൂ തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം.ഈ തൊടുവരകളുടെ നീളങ്ങൾ തുല്യമാണ്.
- വൃത്തത്തിലെ രൂ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന ചെറിയ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോണം , ഈ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾക്കിടയിലുള്ള കോണം അനുപൂരകമാണ്.
- വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരറ്റത്ത് കൂടിയുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള ഓരോ കോണം ആ ഞാണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്ത ഖണ്ഡത്തിലെ കോണിനു തുല്യമാണ്.
- അന്തർ വൃത്തം എന്ന ആശയം രൂപീകരണം
- ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർ വൃത്തം നിർമ്മിക്കൽ.

1. ചിത്രത്തിൽ O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ A,B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾ Pയിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.  $\angle OAB = 20^\circ$  ആയാൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരം എഴുതുക.

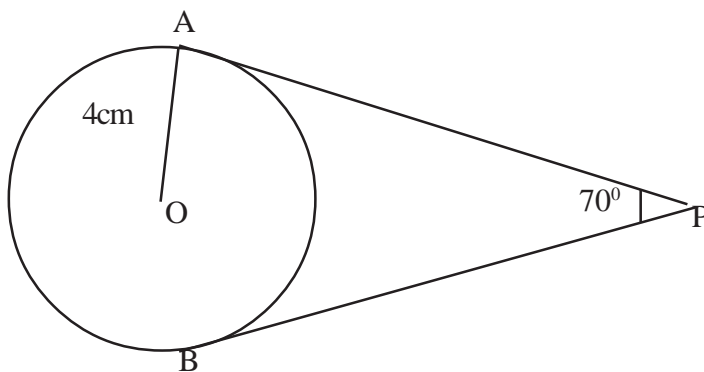


- i.  $\angle OBA = \dots\dots\dots$
- ii.  $\angle AOB = \dots\dots\dots$
- iii.  $\angle APB = \dots\dots\dots$
- iv.  $\angle ADB = \dots\dots\dots$
- v.  $\angle PAB = \dots\dots\dots$
- vi.  $\angle PBA = \dots\dots\dots$
- vii.  $\angle APO = \dots\dots\dots$
- viii.  $\angle BPO = \dots\dots\dots$
- ix.  $\angle BOP = \dots\dots\dots$
- x.  $\angle AOP = \dots\dots\dots$
- xi. ചാപം ACBയുടെ കേന്ദ്ര കോൺ =  $\dots\dots\dots$
- xii. ചാപം ADBയുടെ കേന്ദ്രകോൺ =  $\dots\dots\dots$
- xiii.  $PQ \times OQ = (\dots\dots\dots)^2$
- xiv.  $PO \times OQ = (\dots\dots\dots)^2$
- xv.  $PO \times PQ = (\dots\dots\dots)^2$

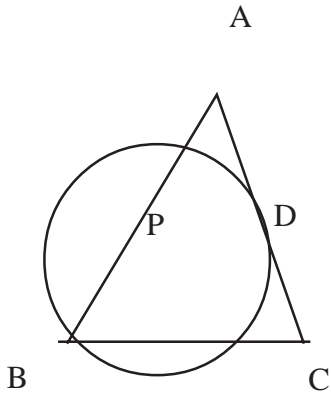
2. O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരയാണ് PR.  
 $PS^2 = RS \times SQ$  എന്നു തെളിയിക്കുക.



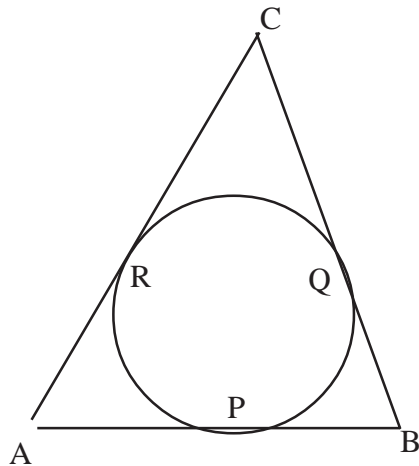
3. PA, PB തൊടു വരകളാണ്. തന്നിരിക്കുന്ന അളവിൽ ചിത്രം വരയ്ക്കുക.



4. ചിത്രത്തിൽ  $AB=AC$ ,  $AC$  വൃത്തത്തെ  $D$ യിൽ തൊടുന്നു.  $AC$ യുടെ മധ്യ ബിന്ദുവാണ  $P$ .  $AB=4 \times AP$  എന്ന് തെളിയിക്കുക.

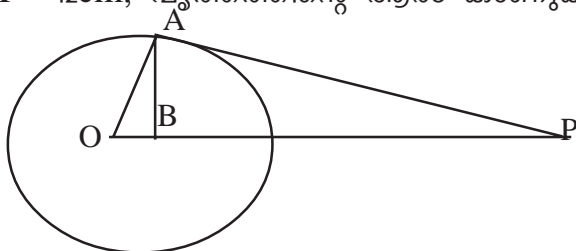


5. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം  $r$  ഉം ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റു വിന്റെ പകുതി  $s$  ഉം ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ്  $rs$  എന്ന് തെളിയിക്കുക.

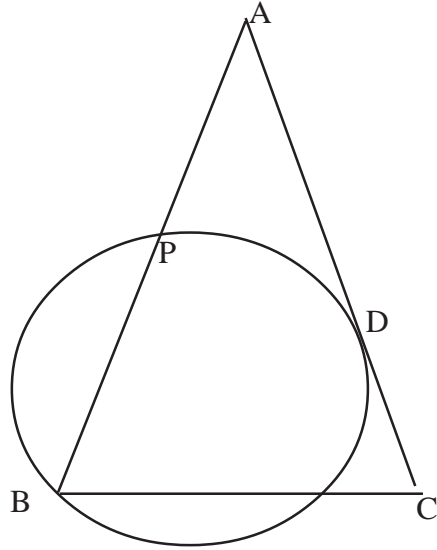


6. ഒരു വൃത്തത്തിന് വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്നുള്ള തൊടുവരയുടെ നീളം ആരത്തിന്റെ  $4/3$  മടങ്ങാണ്. എന്നാൽ ബാഹ്യ ബിന്ദുനിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം ആരത്തിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ്.

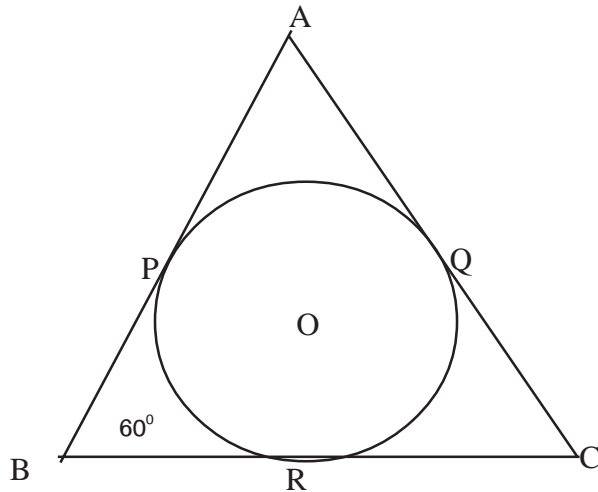
7. ചിത്രത്തിൽ  $O$  കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദു  $P$ യിൽ നിന്നുള്ള വര വൃത്തത്തെ  $A$  യ്ക്ക് തൊടുന്നു.  $AB$  എന്ന വര  $OP$  യ്ക്ക് ലംബമാണ്.  $OP=15$  cm  $BP=12$  cm, വൃത്തത്തിന്റെ ആരം കാണുക.



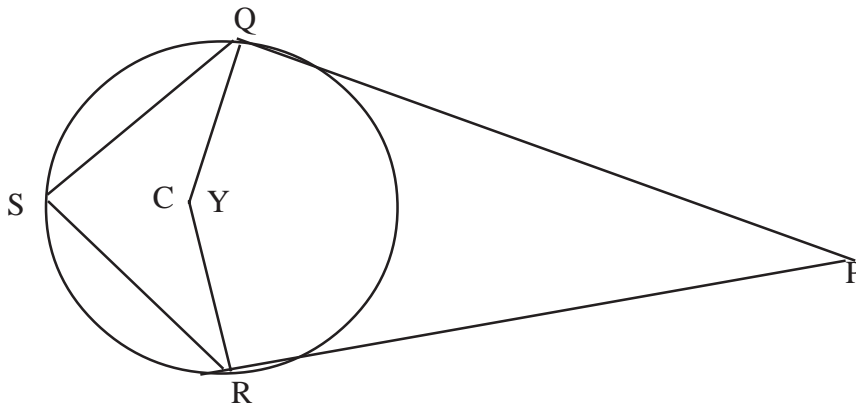
8. ചിത്രത്തിൽ  $AB=AC$ ,  $CD= 10\text{cm}$  ഉം,  $AB=20\text{cm}$ ഉം, ആയാൽ  $AP$ യുടെ നീളം കാണുക.



9. ത്രകോണം  $ABC$  യ്ക്ക്  $\angle B = 60^\circ$ ,  $OB=OA= 4 \text{ cm}$ , ത്രകോണം  $ABC$  യുടെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

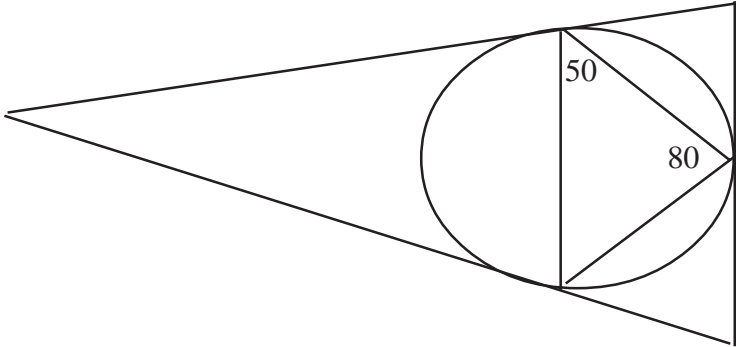


10.  $P$ യിൽ നിന്നും  $C$  കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിലേക്ക് വരച്ചിരിക്കുന്ന തൊടുവരകളാണ്  $PQ, PR$ . പട്ടിക പൂർത്തിയാക്കുക.



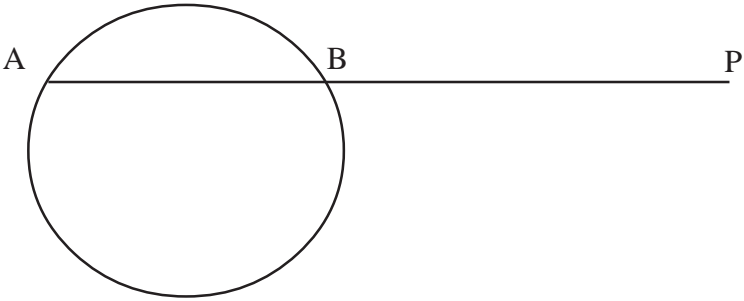
കോണളവ്	കാരണം
$\angle PQC = \dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$\angle CRP = \dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$\angle Y = \dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$
$\angle QSR = \dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$

11. ചിത്രത്തിൽ ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളെല്ലാം വൃത്തത്തിലാണ്. വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം ഈ ബിന്ദുക്കളിൽ വൃത്തത്തെ തൊടുന്നു. വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോണുകളും കാണുക.



12. ചിത്രത്തിൽ AP എന്ന വര വൃത്തത്തെ B യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു.  $AB = 7\text{cm}$ ,  $PB = 9\text{cm}$ , ആയാൽ.

1. Pയിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് എത്ര തൊടുവരകൾ വരയ്ക്കാം.
2. തൊടുവരകളുടെ നീളം കാണുക.



13. ഇഷ്ടമുള്ള അളവിൽ ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക. AC നീട്ടി വരച്ച് അതിൽ D അടയാളപ്പെടുത്തുക. AB നീട്ടി വരച്ച് അതിൽ E അടയാളപ്പെടുത്തുക. AD, AE, BC എന്നീ വശങ്ങളെ സ്പർശിക്കുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

## 9. ബഹുപദങ്ങൾ

1.  $x^3 + 1 = (x+1)(ax^2+bx+c)+d$  ആയാൽ  $a, b, c, d$  ഇവ കണ്ടെത്തി  $x+1$  എന്ന ബഹുപദം  $x^3 + 1$  എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകം ആണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.
2.  $x$  ഏതെങ്കിലും എണ്ണൽ സംഖ്യയായാലും  $x-1$  എന്ന ബഹുപദം  $x^n-1$  എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് എന്നു തെളിയിക്കുക.
3.  $2x^3+3x^2-5x$ , എന്ന ബഹുപദത്തോട് ഏതു സംഖ്യ കൂടിയാലാണ്  $x+1$  ഘടകമായ ഒരു ബഹുപദം കിട്ടുക.
4.  $3x^3+2x^2-3x-2$  എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകമാണോ  $3x+2$  എന്നു പരിശോധിക്കുക.
5.  $x^2-1$  എന്ന ബഹുപദം  $x^3+3x^2-x-3$  ന്റെ ഘടകമാണോ.
6.  $2x^2-5x+3$  എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലമായി എഴുതുക.
7.  $x^3-2x^2-5x+6$  എന്ന ബഹുപദത്തെ ഒന്നാം കൃതി ബഹുപദങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലമായി എഴുതുക.
8.  $x^4+1$  എന്ന ബഹുപദത്തിന് ഒന്നാം കൃതി ഘടകങ്ങൾ ഇല്ല എന്നു തെളിയിക്കുക.
9.  $2x^3-5x^2+kx+6$  എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഒരു ഘടകം  $x-2$  ആകണമെങ്കിൽ  $k$  യുടെ വില എന്താവണം.

**അദ്ധ്യായം 10**  
**ജ്യോതിതിയും ബീജഗണിതവും**

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

1. ഏത് രൂ ബിന്ദുക്കൾ തന്നിരുന്നാലും അവ തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന വരയുടെ നീളം കണക്കാക്കാം.
2. വരയുടെ ചരിവ് എന്ന ആശയം.
3. വരയുടെ സമവാക്യം.

1. ഏത് രൂ ബിന്ദുക്കൾ തന്നാലും അവ തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന വരയുടെ നീളം കണക്കാക്കാം.

ഈ ഒരു ആശയത്തിലേക്കെത്തിച്ചേരാൻ സൂചകസംഖ്യകൾ എന്ന അദ്ധ്യായത്തിൽ ക കുറെ ആശയങ്ങളിലൂടെ കടന്നു പോകേ ത്. കൂട്ടത്തിൽ പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തത്തേയും കൂ മൂട്ടുന്നു. അതായത് സൂചകാക്ഷങ്ങൾക്ക് അനുസൃതമായി ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്ന ശേഷി പിശോധിക്കുന്നു. തുടർന്ന് തന്നിരിക്കുന്ന 2 ബിന്ദുക്കൾ എതിർമൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം വരയ്ക്കുന്നു. (ഏകദേശ ചിത്രം) മറ്റു മൂലകളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ കണ്ടു. തുടർന്ന് ഈ ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണ്ടാൻ ശ്രമിക്കുന്നു.  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരകളുടെ നീളം  $x$  സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവല വില യാണെന്നും  $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരകളുടെ നീളം  $y$  സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവല വിലയാണെന്നും തിരിച്ചറിയുന്നു.

പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തത്തിന്റെ സഹായത്തോടു കൂടി മേൽ സൂചിപ്പിച്ച ചതുരങ്ങളുടെ വികർണത്തിന്റെ നീളവും കണ്ടു. വികർണത്തിന്റെ നീളം കണ്ടുന്നതിലൂടെ ഏത് 2 ബിന്ദുക്കൾ തന്നിരുന്നാലും അവ തമ്മിൽ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന വരയുടെ നീളം കണ്ടുന്ന പ്രക്രിയ പൂർണ്ണമാകുന്നു.



പ്രവർത്തനം 1

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ സൂചകാക്ഷങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി അടയാളപ്പെടുത്തുക.

- O (0,0), A (1,1), B (-1,-1), C(1,-1), D (-1,1),E (2,2), F (3,3), G(4.5,4.5),H(3,5), I(-5,-3).
- (1,3), (2,3), (3,3), (0,3), (-1,3), (-2,3), - ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ പൊതു പ്രത്യേകത എഴുതുക.
- (3,1), (3,2), (3,3), (3,0), (3,-1), (3,-2) - ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ പൊതു പ്രത്യേകത എഴുതുക.

പ്രവർത്തനം 2

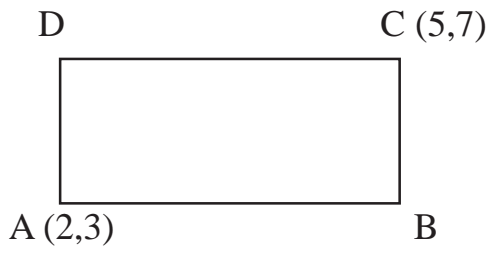
ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം വരയ്ക്കുക. (ഏകദേശ ചിത്രം). മറ്റു മൂലകളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക. (ചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണെന്ന് സങ്കല്പിക്കുന്നു.)

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| 1. (0,0), (3,4)    | 6. (-7,-3), (0,0)   |
| 2. (5,0), (0,2)    | 7. (0,-7), (6,0)    |
| 3. (3,2), (0,0)    | 8. (4,5), (-2,3)    |
| 4. (0,4), (3,0)    | 9. (-5,3), (-2,-1)  |
| 5. (0,0), (-6,5)   | 10. (-2,-3), (2,-1) |
| 11. (2,5), (-3,-7) |                     |

പ്രവർത്തനം 3

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രം നിരീക്ഷിച്ച് work sheet പൂർത്തിയാക്കുക. (ചിത്രത്തിൽ ചതുരം ABCDയുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാകുന്നു).

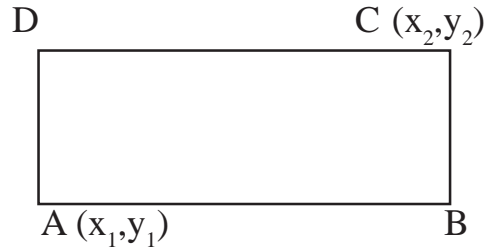
- B യുടെ x സൂചക സംഖ്യ -
- Bയ്ക്ക് yഅക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം -
- A യുടെ x സൂചക സംഖ്യ -
- Aയ്ക്ക് yഅക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം-
- AB യുടെ നീളം =  $|5-2|$  or \_\_\_\_\_
- B യുടെ y സൂചക സംഖ്യ-
- Bയ്ക്ക് xഅക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം -
- C യുടെ y സൂചക സംഖ്യ -
- Cയ്ക്ക് xഅക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം -
- BCയുടെ നീളം =  $|7-3|$  or \_\_\_\_\_
- AD = ..... , CD = .....



പ്രവർത്തനം 3 (b)

13. ചതുരം ABCDയുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാണ്. work sheet പൂർത്തിയാക്കുക.

1. B യുടെ x സൂചക സംഖ്യ -
2. Bയ്ക്ക് y അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം -
3. A യുടെ x സൂചക സംഖ്യ -
4. Aയ്ക്ക് y അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം -
5. AB യുടെ നീളം =  $|x_1 - x_2|$  or .....
6. B യുടെ y സൂചക സംഖ്യ -
7. Bയ്ക്ക് x അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം -
8. C യുടെ y സൂചക സംഖ്യ -
9. Cയ്ക്ക് x അക്ഷത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം -
10. BC യുടെ നീളം =  $|y_1 - y_2|$  or .....
11. AD = ..... , CD = .....



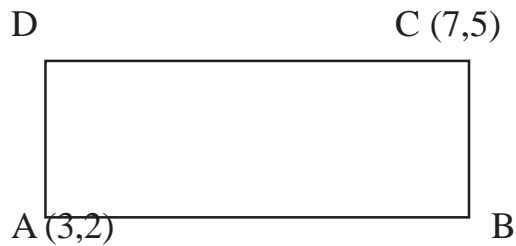
പ്രവർത്തനം 4

പ്രവർത്തനം 2 ൽ സൂചിപ്പിച്ച ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ നീളം കണ്ടുക. (ചതുരങ്ങളുടെ മൂലകൾക്ക് വേണമെങ്കിൽ പേര് നൽകാം).

പ്രവർത്തനം 5 (A)

ചതുരം ABCD യുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരം ആകുന്നു. work sheet പൂർത്തിയാക്കുക.

1. B യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ -
2. D യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ
3. AB യുടെ നീളം =  $|7 - 3|$  or .....
4. BC യുടെ നീളം = .....

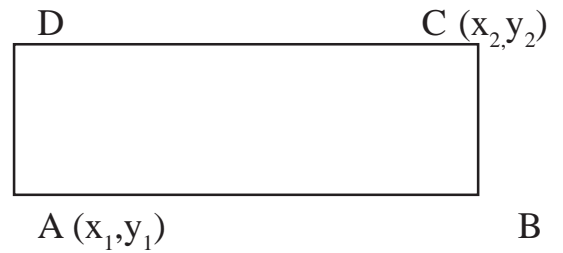


AC വരയ്ക്കുക

5.  $AC^2 = \dots + BC^2$
6.  $AC^2 = |7 - 3|^2 + \dots$
7.  $AC^2 = \dots + (5 - 2)^2$
8.  $AC = \sqrt{\dots + \dots}$
9. AC = .....

പ്രവർത്തനം 5 (B)

ചതുരം ABCD യുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരം ആകുന്നു. work sheet പൂർത്തിയാക്കുക.



1. B യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ -
2. D യുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ
3. AB യുടെ നീളം =  $|x_2 - x_1|$  or .....
4.  $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 = (x_1 - x_2)^2$
5. BC യുടെ നീളം =  $|y_2 - y_1|$  or .....
6.  $BC^2 = \dots\dots\dots = (y_2 - y_1)^2$
7. AC വരയ്ക്കുക.
8.  $AC^2 = \dots\dots\dots + (y_2 - y_1)^2$
9.  $AC = \sqrt{\dots\dots\dots + \dots\dots\dots}$

Note. P ( $x_1, y_1$ ), Q ( $x_2, y_2$ ) എന്നീ 2 ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിച്ചാൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം =  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

പരിഗണിക്കുന്ന 2 ബിന്ദുക്കളുടെയും x സൂചക സംഖ്യകൾ തുല്യമായാൽ, ( $x_1 = x_2$ ) അവ തമ്മിലുള്ള അകലം =  $\sqrt{(x_1 - x_1)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{|y_1 - y_2|^2} = |y_1 - y_2|$

പരിഗണിക്കുന്ന 2 ബിന്ദുക്കളുടെയും y സൂചക സംഖ്യകൾ തുല്യമായാൽ, ( $y_1 = y_2$ ), അകലം =  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_1)^2} = \sqrt{|x_1 - x_2|^2} = |x_1 - x_2|$

മൂല്യ നിർണ്ണയം 1

- I. 1. 5 cm ആരമുള്ള, വൃത്ത കേന്ദ്രം ആധാര ബിന്ദുവുമായ വൃത്തം വരയ്ക്കുക.
2. A (4,3), B (3,4) C (-3,4) D (-4,3) E (-4,-3) F (-3,-4) G (3,-4), H (4,-3), എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിൽ കെട്ടുക.
3. ചതുരം ADEH വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ അളന്നു നോക്കാതെ കുപിടിക്കുക.
4. ചതുരം BCFG വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ കാണുക.
5. ചതുർഭുജം ACEG വരയ്ക്കുക. വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ കാണുക. ഇതിന് അനുയോജ്യമായ പേര് എഴുതുക.
6. ചതുർഭുജം CDFG യുടെ വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ എഴുതുക.

2. ത്രികോണം OPQ വിൽ O (0,0), P (0,6), Q (3,4) ആണ്. അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചശേഷം ത്രികോണത്തിന്റെ ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക. (Score-4)

3. A (2,3), B(2,5), C (6,5), D (6,10), E (8,3), F (8,11) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക. AB,CD,EF, എന്നീ നീളങ്ങൾ കാണുക. ഈ നീളങ്ങൾ സമാന്തര ശ്രേണിയിലാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക. (Score-3)

4. (-3,3), (3,11) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ നിന്നും തുല്യ അകലത്തിൽ y അക്ഷത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണു് P. Pയുടെ y സൂചക സംഖ്യ b ആയാൽ

1. P യെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യാ ജോടി എന്ത്.
2. b യുടെ വിലയെത്ര.

### 2.വരയുടെ ചരിവ് എന്ന ആശയം

വരയുടെ ചരിവ് എന്ന ആശയത്തിലേക്ക് 2 ഘട്ടങ്ങളിലൂടെയാണ് എത്തിച്ചേരുന്നത്. അക്ഷങ്ങളൊന്നിനും സമാന്തരമല്ലാത്ത വരയിലേയും 2 ബിന്ദുക്കളുടെ പ്രത്യേകത അന്വേഷിച്ചുകൊണ്ട് തുടങ്ങുന്നു. തുടർന്ന് y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏത് വരയിലേയും രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തെ x സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ കിട്ടുന്നു എന്നതിൽ എത്തി ചേരുന്നു. ഈ സംഖ്യയെ തന്നെ ജ്യോമിതീയ രീതിയിൽ കാണാൻ ശ്രമിക്കുന്നു.

ഒടുവിൽ നമ്മൾ എത്തിച്ചേരുന്നു: y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമല്ലാത്ത ഒരു വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കളുടെ y വ്യത്യാസത്തെ x വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ, ആ വരയുടെ ചരിവുമായി ഉറപ്പായും കോണിന്റെ tan ആളാണ്. ഈ കോൺ മാറുന്നതിനനുസരിച്ചാണ് സംഖ്യയും മാറുന്നത്. ഈ സംഖ്യയെ വരയുടെ ചരിവ് (slope) എന്നു പറയുന്നു. പ്രവർത്തനം 1

1. (0,3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വര വരയ്ക്കുക. ഈ വരയിലെ 5 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.
2. (2,0) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വര വരയ്ക്കുക. ഈ വരയിലെ 5 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.
3. x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരകളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്.
4. y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരകളുടെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകത.
5. x അക്ഷത്തിനും y അക്ഷത്തിനും സമാന്തരമല്ലാത്ത വരകളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്. (ഇതിന്റെ ഉത്തരം പിന്നീട് കഞ്ഞിയാൽ മതിയാകും.!)

പ്രവർത്തനം 2

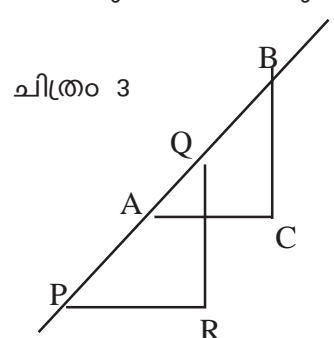
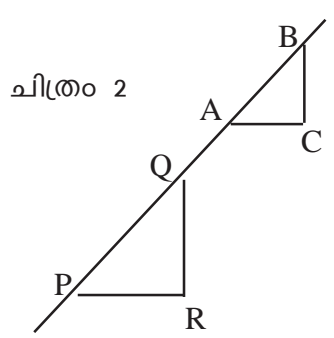
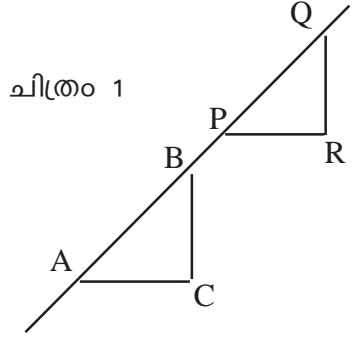
1.  $AB=3\text{cm}, BC=4\text{ cm}, AC=5\text{ cm}$  ആകുന്നു. ത്രികോണം  $ABC$  വരയ്ക്കുക.
2.  $PQ = 6\text{ cm}, \angle Q=90^\circ, QR=8\text{ cm}$  ആയ ത്രികോണം  $PQR$  വരയ്ക്കുക.
3.  $\angle P, \angle Q, \angle R$  എന്നിവയ്ക്ക് തുല്യമായ കോണുകൾ ത്രികോണം  $ABC$  യിൽ ഏതൊക്കെ.
4.  $\frac{AB}{PQ}, \frac{BC}{QR}, \frac{AC}{PR}$  ഇവയുടെ അളവുകൾ കാണുക.
5. ത്രികോണം  $ABC$ , ത്രികോണം  $PQR$  ഇവയുടെ തുല്യകോണുകൾക്കെതിരെയുള്ള വശങ്ങൾ ആനുപാതികമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

പ്രവർത്തനം- 3 (A)

Worksheet പൂർത്തീകരിക്കുക. ചിത്രം 1

1.  $A(2,3), B(6,4)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. (അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കാതെ).
2.  $A, B$  ഇവ യോജിപ്പിച്ച് നീട്ടി വരയ്ക്കുക.
3.  $AB$  എന്ന വരയിൽ  $B$  യ്ക്ക് മുകളിലായി  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ( $P, Q$  ഇവ  $AB$  യിൽ എവിടെവേണമെങ്കിലും ആകാം).
4.  $A, B$  ഇവ എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം  $ACBD$  വരയ്ക്കുക.
5.  $P, Q$  എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം വരയ്ക്കുക. (ചതുരങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ അക്ഷങ്ങൾക്ക് സമാന്തരമാകുന്നു).
6.  $C, R$  ഇവയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.
7. ത്രികോണം  $ACB$ , ത്രികോണം  $PRQ$  ഇവയുടെ തുല്യമായ കോണുകൾ എഴുതുക.
8.  $\frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$  (കാരണം)
9.  $\frac{y_2 - y_1}{\dots} = \frac{\dots}{6 - 2}$
10.  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\dots}{\dots}$

B. ചിത്രം 2, ചിത്രം 3 ഇവയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി Worksheet പൂർത്തീകരിക്കുക.



P,Q എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ AB എന്ന ഏത് 2 ബിന്ദുക്കളും ആകാമല്ലോ. അതുകൊടു തന്നെ AB എന്ന വരയിലെ ഏതു രൂ ബിന്ദുക്കളെടുത്താലും y സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തെ x സൂചക സംഖ്യയുടെ വ്യത്യാസം കെട് ഹരിക്കുമ്പോൾ 1/4 കിട്ടുന്നു.

പ്രവർത്തനം 3 (C)

(1,2), (5,3); (6,2), (3,4) എന്നീ സൂചക സംഖ്യാ ജോടികൾ ഉപയോഗിച്ച് Work sheet (A) പൂർത്തീകരിക്കുക.

**ക്രോഡീകരണം**

y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏതു വരയിലെയും 2 ബിന്ദുക്കളുടെ y സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തെ x സൂചക സംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസം കെട് ഹരിച്ചാൽ ഒരേ സംഖ്യ തന്നെ കിട്ടുന്നു.

Q. A. (3,1), B (2,-1), എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വര വരയ്ക്കുക.  
 P (x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>), Q (x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>) എന്നിവ ഈ വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കളാണെന്നിരിക്കട്ടെ .  
 എങ്കിൽ  $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$  ന്റെ വില എത്ര.

P (x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>), Q (x<sub>2</sub>,y<sub>2</sub>), എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ AB എന്ന വരയിലെ ഏത് 2 ബിന്ദുക്കളും ആകാമല്ലോ. അതുകെട് P (x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>) = A (3,1), Q (x<sub>2</sub>,y<sub>2</sub>) = B (2,-1).

ആയതിനാൽ  $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-1-1}{2-3} = 2$

പ്രവർത്തനം -4

1. A (2,3) B (6,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.
2. A,B ഇവ യോജിപ്പിക്കുക.
3. AB എന്ന വര നീട്ടി x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന കോൺ t എന്നെഴുതുക.
4. ഈ വരയിൽ P (x<sub>1</sub>,y<sub>1</sub>), Q (x<sub>2</sub>,y<sub>2</sub>) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.( P,Q ഇവയുടെ സ്ഥാനം A യ്ക്ക് താഴെയായിക്കോട്ടെ).
5. P,Q ഇവ എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം PQRS ഉം, A,B ഇവ എതിർ മൂലകളായി വരുന്ന ചതുരം ACBDയും വരയ്ക്കുക.

6. PR, RQ, AC, CB എന്നിവയുടെ നീളം കാണുക.

7.  $\frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$  (Why)

8.  $\frac{QR}{PR} = \frac{\dots}{\dots}$

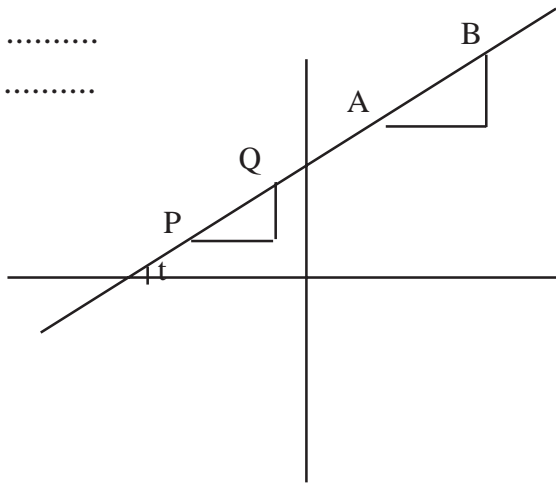
9.  $\frac{y_2 - y_1}{\dots} = \frac{\dots}{4}$   $\frac{y \text{ വ്യത്യാസം}}{x \text{ വ്യത്യാസം}} = \frac{1}{4}$

10. AB എന്ന വര x അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന കോൺ t എന്ന് സങ്കല്പിച്ചുവല്ലോ. എങ്കിൽ  $\angle P = \dots$ ,  $\angle Q = \dots$

11. ത്രികോണം PQR പരിഗണിച്ചാൽ  $\tan t = \dots$

12. ത്രികോണം ACB പരിഗണിച്ചാൽ  $\tan t = \dots$

13.  $\frac{y \text{ വ്യത്യാസം}}{x \text{ വ്യത്യാസം}} = \dots$ ,  $\tan t = \dots$



$$\frac{y \text{ വ്യത്യാസം}}{x \text{ വ്യത്യാസം}} = \tan t$$

**ക്രോഡീകരണം**

y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമല്ലാത്ത ഒരു വരയിലെ 2 ബിന്ദുക്കളുടെ y വ്യത്യാസത്തെ x വ്യത്യാസം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ, ആ വര x അക്ഷവുമായി ഉറക്കുന്ന കോണിന്റെ tan അളവാക്കുന്നു. ഈ സംഖ്യയെ വരയുടെ ചരിവ് (slope) എന്നു പറയുന്നു.

**Strictly refer side box page number 184- Maths text book Std. X**

പ്രവർത്തനം -5 (A)

1. A (0,3) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നതും x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരവുമായ വര വരയ്ക്കുക.

2. P (2,3), Q (4,3), R (-1,3) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഈ വരയിൽ കണ്ടുക.

3. P,Q എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിച്ചുകൊണ്ട് ഈ വരയുടെ ചരിവ് കാണുക. (Q,R; P,R എന്നീ സംഖ്യാ ജോടികളും പരിഗണിക്കുക).

4.  $\frac{y \text{ വ്യത്യാസം}}{x \text{ വ്യത്യാസം}} = \dots$

5. ഈ വര x അക്ഷവുമായി ഉറകുന്ന കോണിന്റെ അളവ്  $0^{\circ}$  ആണല്ലോ എങ്കിൽ  $\tan 0^{\circ} = \dots\dots\dots$

$$\frac{y\text{വൃത്യാസം}}{x\text{വൃത്യാസം}} = 0 = \tan 0^{\circ}$$

- B.** 1. x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരകളിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ പൊതു സ്വഭാവം എന്ത്.  
 2. x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി ഒരു വര വരച്ച് അതിൽ A ( $x_1, y$ ), B ( $x_2, y$ ) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

3.  $\frac{y\text{വൃത്യാസം}}{x\text{വൃത്യാസം}} = \dots\dots\dots$

4. ഈ വര x അക്ഷവുമായി ഉറകുന്ന കോണിന്റെ അളവ്  $0^{\circ}$  ആണല്ലോ.  $\tan 0^{\circ} = \dots\dots\dots$

$$\frac{y\text{വൃത്യാസം}}{x\text{വൃത്യാസം}} = 0 = \tan 0^{\circ}$$

x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരകളുടെ ചരിവ് 0 ആകുന്നു.

പ്രവർത്തനം 6

1. y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകത.  
 2. y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി ഒരു വര വരച്ച് ആ വരയിൽ A ( $x, y_1$ ), B ( $x, y_2$ ) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.  
 3.  $\frac{y\text{വൃത്യാസം}}{x\text{വൃത്യാസം}} = \dots\dots\dots$   
 4. ഈ വര x അക്ഷവുമായി ഉറകുന്ന കോൺ എത്ര.  $\tan 90^{\circ} = \dots\dots\dots$

y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരകൾക്ക് ചരിവ് ഇല്ല!



മൂല്യ നിർണ്ണയം 2 (a)

മൂല്യ നിർണ്ണയം 2 (a) ചെയ്യുന്നതിൽ ബുദ്ധിമുട്ടുകളിൽ മൂല്യനിർണ്ണയം 2 (b) ആദ്യം നോക്കാവുന്നതാണ്.

1. ഒരു വര വരയ്ക്കുക. ഇതിലെ 2 ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. വരയുടെ ചരിവ് കാണുക.
2. വരയുടെ ചരിവ് ന്യൂന സംഖ്യയാകുമോ. പരിശോധിക്കുക.
3. വരയുടെ ചരിവ് പൂജ്യം ആകുമോ.
4. എല്ലാ വരയ്ക്കും ചരിവ് പറയാൻ കഴിയുമോ.
5. ചരിവ് ന്യൂന സംഖ്യയായി വരുന്ന 5 വരകൾ വരയ്ക്കുക.
6. ചരിവ് അധിസംഖ്യയായി വരുന്ന 5 വരകൾ വരയ്ക്കുക.
7. ചരിവ് ന്യൂന സംഖ്യയായി വരുന്ന ഒരു വരയും അതിലെ 2 ബിന്ദുക്കളും പരിഗണിക്കുക. ഈ വരയുടെ ചരിവും വര  $x$  അക്ഷവുമായി ഉറപ്പായ കോണിന്റെ  $\tan$  അളവും തുല്യമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.
8. 2 ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര ഒന്നുകിൽ

1.  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാകുന്നു.
2.  $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാകുന്നു.
3.  $x$  അക്ഷത്തിനും  $y$  അക്ഷത്തിനും സമാന്തരമല്ല.

വര  $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണെങ്കിൽ അത്  $y$  അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

വര,  $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമാണെങ്കിൽ അത്  $x$  അക്ഷത്തെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

വര, അക്ഷങ്ങൾക്കൊന്നിനും സമാന്തരമല്ലെങ്കിൽ അത് സ്വാഭാവികമായും 2 അക്ഷങ്ങളെയും ഖണ്ഡിക്കുന്നു. ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക.

9. 2 ബിന്ദുക്കൾ തന്നിരിക്കുന്നു. ഇവ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന വരയുടെ അതേ ചരിവുള്ള മറ്റൊരു വര വരയ്ക്കുക. ആദ്യത്തെ വരയുടെ ചരിവ് തന്നെ വരുന്ന എത്ര വരകൾ കെട്ടാൻ.

10. തന്നിരിക്കുന്ന 3 ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണോ അല്ലയോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. (ബീജഗണിതം ചരിവ്)

മൂല്യ നിർണ്ണയം. 2.

1. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യാജോടികൾ ബിന്ദുക്കളായി വരുന്ന വരയുടെ ചരിവുകണക്കാക്കുക. അക്ഷങ്ങൾ വരയ്ക്കുക.

- i. a) (2,3), (5,7)  
b) (3,2), (7,5)
- ii. a) (1,3), (5,2)  
b) (3,1), (2,5)
- iii. a) (2,5), (3,5)  
b) (3,-4), (-5,-4)

- വരയുടെ ചരിവ് ന്യൂന സംഖ്യയാക്കാം.
- വരയുടെ ചരിവ് പൂജ്യം ആക്കാം.
- എല്ലാ വരകൾക്കും ചരിവ് ഇല്ല.
- $y$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരകൾക്ക് ചരിവ് ഇല്ല.
- $x$  അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരകളുടെ ചരിവ് പൂജ്യം ആകുന്നു.
- $x$  സൂചക സംഖ്യ കൂടുമ്പോൾ  $y$  സൂചക സംഖ്യ കുറയുന്നതിനാൽ ചരിവ് ന്യൂന സംഖ്യയായി മാറുന്നു.

2. ചരിവ്  $2/3$  ആയ ഒരു വര (4,5) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു. ഈ വര (8,9) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുമോ. ഈ വര  $x$  അക്ഷവുമായി കൂട്ടി മുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സംഖ്യാ ജോടി എഴുതുക.

3. (2,5), (3,5) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന വരയുടെ ചരിവ് എത്ര. ഈ വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായതും (4,6) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോവുന്നതുമായ ഒരു വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

4.  $AB$  എന്ന വരയിലെ രൂ ബിന്ദുക്കളാണ്.  $A(0,2)$ ,  $B(2,4)$  എങ്കിൽ

- 1.  $AB$  എന്ന വരയുടെ ചരിവ് എത്ര.
- 2. ഈ വരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദുവിന്റെ സൂചക സംഖ്യകൾ എഴുതുക.
- 3. ഈ വരയിലെ ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും  $y$  സൂചക സംഖ്യ.  $x$  സൂചക സംഖ്യയേക്കാൾ 2 കൂടുതലായിരിക്കും എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

5.  $AB$  ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്.  $A$  യിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന തൊടുവരയിലെ രൂ ബിന്ദുക്കളാണ് (4,5) ഉം (12,10) ഉം.  $B$  യിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന തൊടുവരയിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ് (8,5) എങ്കിൽ ഈ തൊടുവരയിലെ മറ്റൊരു ബിന്ദു കാണുക.

### 3.വരയുടെ സമവാക്യം

(പ്രവർത്തനം 1

- A1. x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി (0,3) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ ഒരു വര വരയ്ക്കുക.
- (-2,3), (-1,3), (1,3), (2,3), (3,3), എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഈ വരയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക.
  - ഈ വരയിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളെയും y സൂചക സംഖ്യ 3 തന്നെയാണോ. (ഈ വരയിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളുടെയും y സൂചക സംഖ്യ 3 തന്നെയാകുന്നു. അതായത്  $y=3$  എന്നത് ഈ വരയിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കൾക്കും ബാധകമായ ഒരു വസ്തുതയാണ്.  $y=3$  എന്നത് ഈ വരയുടെ സമവാക്യം ആകുന്നു.

- B.1. x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി (0,b) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ ഒരു വര വരയ്ക്കുക.
- ഈ വരയിലെ അഞ്ചു ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.
  - ഈ വരയിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളുടെയും y സൂചക സംഖ്യ തുല്യാണോ. ഈ വരയിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളുടെയും y സൂചക സംഖ്യ b ആകുന്നു. അതായത്  $y=b$  എന്നത് ഈ വരയിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കൾക്കും ബാധകമായ ഒരു നിയമമാണ്.  $y=b$  എന്നത് ഈ വരയുടെ സമവാക്യം ആകുന്നു.

(പ്രവർത്തനം 2

- y അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായി (4,0) എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ ഒരു വര വരയ്ക്കുക.
- (4,-2), (4,-1), (4,3), (4,4) എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഈ വരയിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക. (ഈ വരയിലെ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളുടെയും x സൂചക സംഖ്യ 4 ആകുന്നു.  $x=4$  എന്നത് ഈ വരയുടെ സമവാക്യം ആകുന്നു.

(പ്രവർത്തനം 3

(3,1), (5,2), എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര പരിഗണിക്കുക. ഈ വരയിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും സൂചക സംഖ്യകൾക്ക് ബാധകമായ ഒരു സമവാക്യം കണ്ടെത്തുക.

P (3,1), Q(5,2), PQ എന്ന വരയുടെ ചരിവ്.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{5 - 3} = \frac{1}{2}$$

ഈ വരയിലെ ഒരു ബിന്ദു  $(x,y)$  എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$\text{അതുകൊണ്ട് ചരിവ്} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - 2}{x - 5} = \frac{1}{2}$$

$$x - 5 = 2(y - 2)$$

$$x - 2y - 1 = 0$$

അതായത് ഈ വരയിലെ ഏതൊരു ബിന്ദു  $(x,y)$  എടുത്താലും  $x - 2y - 1 = 0$  എന്ന നിയമം അനുസരിക്കുന്നു.

(മറിച്ച് ചിന്തിച്ചാലോ).

$(3,1)$ ,  $(5,2)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന വര പരിഗണിക്കുന്നു.  $x - 2y - 1 = 0$  എന്ന സമവാക്യം അനുസരിക്കുന്ന ഒരു ജോടി സംഖ്യകൾ  $(x,y)$  ഉണ്ടെന്നിരിക്കട്ടെ. എങ്കിൽ  $(x,y)$  എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിൽ ആണോ.

(വര തന്നിട്ടു്.  $x - 2y - 1 = 0$  എന്ന സമവാക്യം അനുസരിക്കുന്ന ഒരു ബിന്ദുവും തന്നിട്ടു്. ഈ ബിന്ദു വരയിൽ തന്നെയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കണം.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - 1}{x - 3} = \frac{y - 1}{2y + 1 - 3} \quad \left[ \begin{array}{l} x - 2y - 1 = 0 \\ x = 2y + 1 \end{array} \right]$$

$$= \frac{y - 1}{2y - 2} = \frac{1}{2}$$

അതായത്  $(x,y)$ ,  $(3,1)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയും  $(3,1)$ ,  $(5,2)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയ്ക്കും ഒരേ ചരിവാണ്. കൂടാതെ അവ രും  $(3,1)$  എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നു പോകുന്നു.

ഈ രൂ ബിന്ദുക്കളും ഒരേ വരയിൽ തന്നെ

$(x,y)$  എന്ന ബിന്ദു നമ്മുടെ വരയിൽ തന്നെയാണ്.

$(3,1), (5,2)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം  $x-2y-1=0$

### മൂല്യ നിർണ്ണയം 3

1.  $3x-6y+10=0$  എന്ന വരയിലെ ഏതെങ്കിലും 2 ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക. ഈ വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുക.

2.  $(2,5), (3,7)$  എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വരയുടെ ചരിവ് എത്ര. ഈ വരയുടെ സമവാക്യം എഴുതുക.  $(x,y)$  എന്ന ബിന്ദു ഈ വരയിലാണെങ്കിൽ  $(x+1,y+2)$  എന്ന ബിന്ദുവും ഈ വരയിൽ തന്നെയാണ് സമർത്ഥിക്കുക.

## 11. സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്

1. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 35 കുട്ടികളുടെ ഉയരങ്ങളും എണ്ണവും പട്ടികയായി തന്നിരിക്കുന്നു. കുട്ടികളുടെ ഉയരങ്ങളുടെ മാധ്യം കാണുക.

ഉയരം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
130	2
135	7
140	15
145	8
150	3
ആകെ	35

2. ഒരു ക്ലാസ്സിൽ നടത്തിയ ടെസ്റ്റ് പേപ്പറിന് 40 കുട്ടികൾക്ക് കിട്ടിയ മാർക്കുകൾ പട്ടി കപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. മാധ്യമാർക്ക് കാണുക.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
10-20	3
20-30	5
30-40	8
40-50	12
50-60	6
60-70	4
70-80	2

3. 5 കുട്ടികളുടെ ഭാരങ്ങൾ Kg യിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. 40,45,42,47,41. പുതിയതായി ഒരു കുട്ടി കൂടി വന്ന് ചേർന്നപ്പോൾ ഭാരമാധ്യം 45 Kg ആയി എങ്കിൽ 5 കുട്ടികളുടെ ഭാരമാധ്യം എത്ര.6-ാ മത്തെ കുട്ടിയുടെ ഭാരം എത്ര.

4. ഒരു കോളനിയിലെ 20 കുടുംബങ്ങളിലെ പ്രതിമാസ, വരുമാനം പട്ടികയായി തന്നിരിക്കുന്നു. മധ്യമ വരുമാനം കാണുക.

വരുമാനം രൂപയിൽ	കുടുംബങ്ങളുടെ എണ്ണം
3000	2
4000	5
5000	7
6000	4
7000	2
ആകെ	20

5. 40 കുട്ടികളുള്ള ഒരു ക്ലാസ്സിൽ നടത്തിയ ടെസ്റ്റ് പേപ്പറിന് കിട്ടിയ മാർക്കുകൾ പട്ടി കപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ആ ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികൾക്ക് കിട്ടിയ മധ്യമ മാർക്ക് കാണുക.

മാർക്ക്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
0-10	3
10-20	10
20-30	15
30-40	8
40-50	4
ആകെ	40

